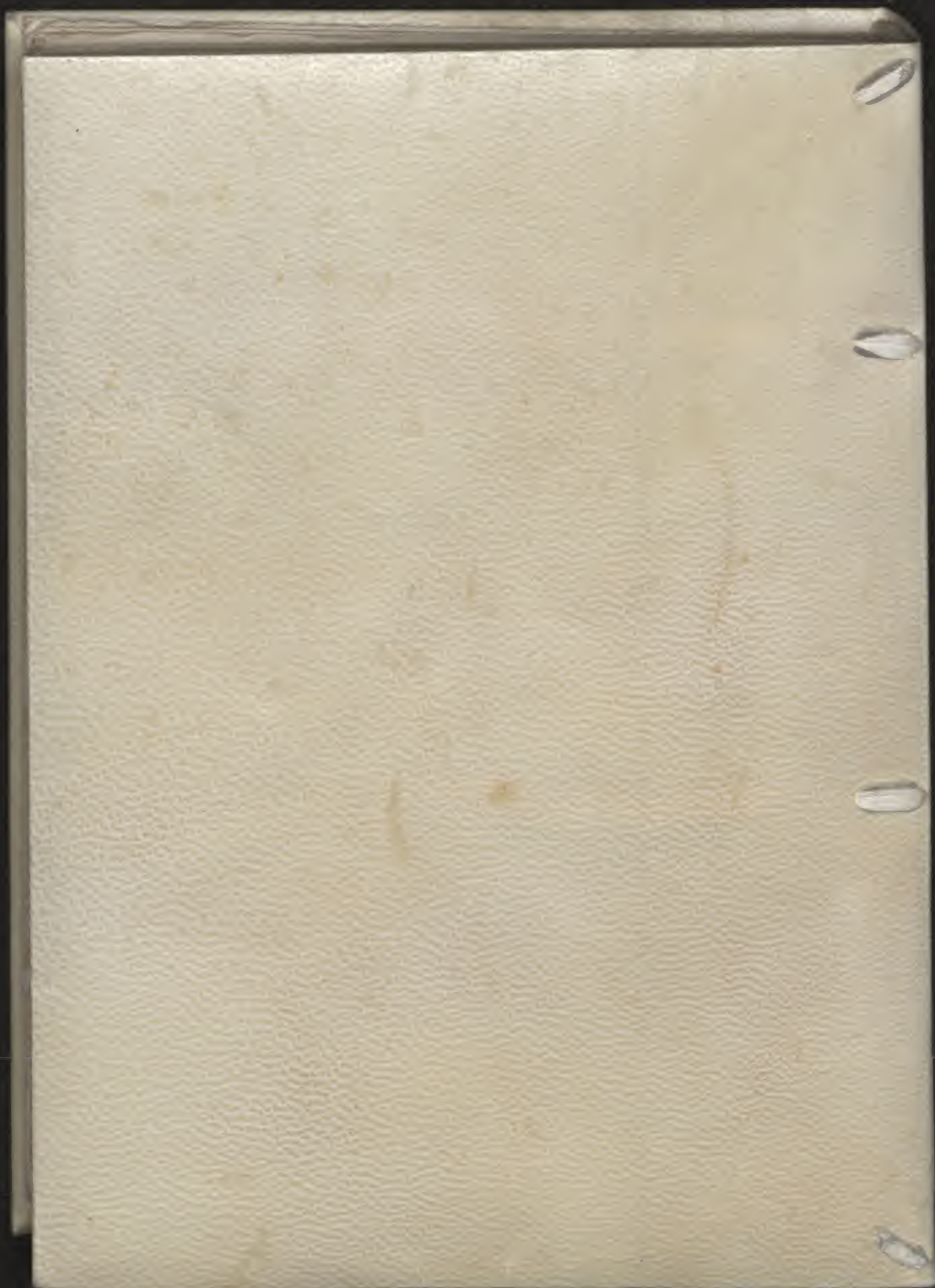
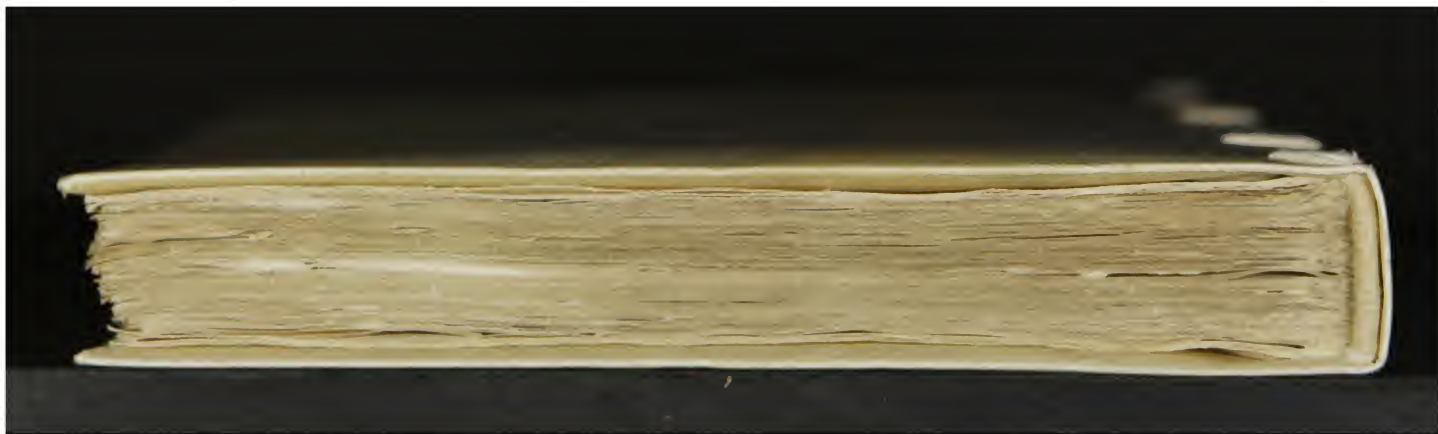


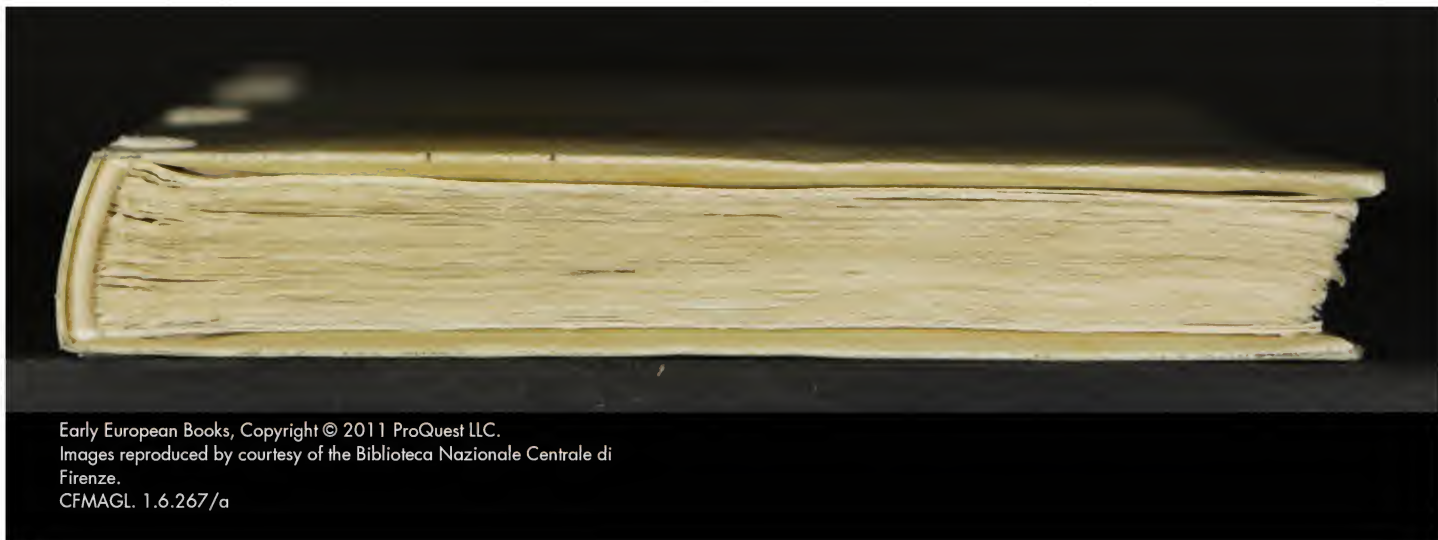


Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.267/a





Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.267/a



Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.267/a



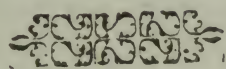
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.267/a

49

ARCHIMEDIS

DE IIS QVAE VEHVNTVR
IN AQUA LIBRI DVO.

A FEDERICO COMMANDINO
VRBINATE IN PRISTINVM
NITOREM RESTITVTI, ET
COMMENTARIIS ILLVSTRATI.



CVM PRIVILEGIO IN ANNOS X.

BONONIAE,

Ex Officina Alexandri Benacii.

M D L X V.

ARCHIVIO

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

STORICO COMMUNALE

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

DEI SIG. DI S. M. S. C.

RANVTIO FARNESIO
CARDINALI AMPLISSIMO
ET OPTIMO.



QVOD tibi superioribus diebus pollicitus sum, cum libellum Ptolemæi de Analemmate in lucem proferrem, breui fore, ut Archimedis etiam libri de ijs, quæ in aqua vehuntur, & emendatiores, & fortasse opera mea illustriores ederentur: mihi non committendum esse duxi, ut iure optimo malum nomen, præsertim à te, cui tantopere debeo, existimari possem. quamuis cum mecum considero suscepti negocij difficultates, quas multo plures, & multo grauiiores, quàm in libello de Analemmate deprehendi; vereor ne id planè non assecutus sim, quod ab initio spectavi, ut mathematicarum disciplinarum studiosis hac in parte satisfacerem. cum enim græcus Archimedis codex nondum in lucem venerit, non solum is, qui eum latinitate donauit, multis in locis fœde lapsus est, verum etiam codex ipse, ut etiam interpretes fatetur, vetustate corruptus, & mancus est; duæq; integræ ἀποδείξεις, quas demonstrationes dicimus, deperierunt. quæ iactura quantam vim habeat ad perturbandum admirabilem illum ordinem, quo inter se mathematicæ disciplinæ quodāmodo connexæ sunt,

tibi, qui iam in iis multam operam, multumq; studium posuisti, cogitandum relinquo. nonnulla præterea Archimedes ut perspicua in his tractandis ponere non dubitauit, quæ veteres mathematici, qui de conicis conscripserunt, plurimis, & firmissimis argumentis probauerunt. Hæc autem idcirco à nobis omnino ignorantur; quod postremi quatuor libri conicorum Apollonii Pergæi adhuc in tenebris delitescunt. Qua quidem in re (ut mea fert opinio) singulari fato fuerunt mathematicæ disciplinæ, cum tot scriptorum præclara monumenta interierint, per quæ non solum in studiosos homines, uerum etiam in humanum genus mirabiles utilitates importatæ fuissent. nam cum mecum considero quàm late pateant hæ nobilissimæ scientiæ, quâ opere rebus publicis & priuatis admirabili quadâ ratione, atque ordine gubernandis necessariæ sint, dubitandum non existimo, quin magna sit habenda gratia huius diuini boni auctoribus, & inuentoribus: ueterumq; græcorum prudentiam satis admirari non possum, qui pueros cum primum fari cœpissent, his disciplinis imbuendos curabant, ut à prima ætate multiplicis, ac subtilis scientiæ contemplationi assueti nihil paruum, aut humile cogitarent: sed uel se totos ijs artibus traderent, quarum ope ciuitatibus suis & præsidio, & ornamento esse possent: uel humanis studijs multam salutem dicentes, diuinam philosophiam toto animo amplexarentur, cum ad eam per mathematicas disciplinas fa-

ciliorem sibi aditum comparassent. quamobrem gra-
 uissimum damnum factum est in tot præstâtissimis
 uiris: quorû scripta si in manus nostras peruenissent,
 profecto multo præclarius cum rebus humanis age-
 retur. complures enim, qui nunc tot difficultatibus
 ab his studijs deterrentur, hac ratione priuatis & pu-
 blicis rationibus optime consulissent. Cum hæc ita
 essent, tamen nullum mihi laborem subterfugiendû
 esse iudicaui, quo studiosis hominibus, qui in mathe-
 maticis disciplinis toto animo incumbûnt, facilior pa-
 teret aditus ad abstrusa, & recondita sensa tanti scri-
 ptoris intelligenda: nec à uetere meo instituto disce-
 dere uolui; scis enim me multos abhinc annos hanc
 eandem prouinciam, Archimedis quàm plurima scri-
 pta illustrandi suscepisse. quod neque arrogâtia, nec
 inanis gloriæ spe adductus sum, ut facerẽ, sed me ue-
 hementer in hanc mentem impulit honestissima cu-
 piditas de studiosis hominibus benemerẽdi: etenim
 semper mea fuit sentẽtia, mathematicum, qui libros
 Archimedis accuratissime non euoluerit, uix mathe-
 maticum appellari debere: cum eû necesse sit in mul-
 tarum rerum ignoratione uersari, sine quibus mathe-
 maticæ disciplinæ imperfectæ quodammodo, atque
 inchoatæ sunt habendæ. Dedi igitur operam, ut his
 etiam Archimedis libris, quoad eius fieri posset, per
 me aliqua lux afferretur. quos ut Archimedis esse nõ
 dubitarem, duæ non contemnendæ causæ fuerunt.
 una quòd in tanta obscuritate ab interpretis inscitia,

& à uetustate profecta, nescio quod uestigium illius
 acuti, & perspicacis ingenij, quo Archimedes excel-
 luit, impressum apparet: altera quòd tum græci, tum
 latini scriptores grauisissimi hos ut Archimedis libros
 recognoscūt. Strabo enim in primo libro hæc ad uer-
 bū scribit. ὁ δὲ αὐτὸς ἡδὺς ἐστὶν, ὅστις καὶ μὴ μαθηματικὸς ὢν, οὐδὲ
 τὴν Ἀρχιμήδους βιβλιοτὸν δόξαν, ὅτι φησὶν ἐκείνος ἐν τοῖς περὶ τῶν ὀχου-
 μένων, παντὸς ὕγρου καὶ ἐσττικόντος, καὶ μένοντος τὴν ἐπιφανέαν σφαρι-
 κὴν εἶναι, σφαῖρας ταυτὸ κέντρον ἔχουσας τῇ γῇ. ταύτην γὰρ τὴν δόξαν
 ἀποδέχονται πάντες οἱ μαθημάτων πῶς ἀφάμενοι. & Pappus Ale-
 xandrinus in octauo mathematicarum collectionum
 libro hæc scripta reliquit, καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοί,
 καὶ τοὺς θαυμασιουργοὺς, ὧν οἱ μὲν διὰ πνευμάτων φιλοτεχνοῦσιν, ὡς
 ἡρῶν πνευματικοῖς, οἱ δὲ διὰ νευρίων καὶ σπάρταν ἐμφύχων κινήσεως δο-
 κοῦσι μιᾶσθαι, ὡς ἡρῶν αὐτομάτοις, καὶ ζυγίοις: ἄλλοι δὲ διὰ τῶν ἐφ'
 ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδους ὀχουμένοις. Vitruuius etiam
 in octauo libro de his eisdem Archimedis libris me-
 minit. Fortasse, inquit, qui Archimedis libros legit, di-
 cet non posse fieri ueram ex aqua librationem: sed ei
 placet aquam non esse librata, sed sphaeroides habe-
 re schema: & ibi habere centrum, quo loci habet or-
 bis terrarum. ut nemini dubium esse possit, quin &
 genere scriptionis, & tātorum uirorum auctoritate,
 ut germani Archimedis libri attente legendi, & per-
 pendendi sint: præsertim cum in ijs multa continean-
 tur cognitione dignissima, quæ nō tam ad mathema-
 ticas disciplinas, quàm ad naturæ obscuritatem spe-
 ctant. Quamobrem ego ne tanto, & tam fructuoso
 thesauro diutius studiosi carerent, primum loca par-

tim interpretis errore deprauata emendauit; partim
 uetustate corrupta & consumpta in pristinam inte-
 gritatem redegit, compluribus, quæ desiderabantur,
 meo, ut aiunt, Marte suppletis. Deinde quoniam Ar-
 chimedes, quemadmodum supra dixi, non nulla po-
 nit, ut perspicua, & quæ uel ipse, uel superiores ma-
 thematici ἀποδείξει confirmauerunt, coactus sum non
 sine maximo negotio ex ijs principijs conicæ discipli-
 næ Apollonij Pergæi, quæ in manus nostras peruene-
 rūt, nouas probationes adhibere, nequid esset, quod
 diligentem lectorem in hac parte remorari posset. re-
 stabat, ut theorema illud, quod sine cognitione cen-
 tri grauitatis corporum solidorū percipi non potest,
 uidelicet, Centrum grauitatis in portionibus conoi-
 dis rectanguli axem ita diuidere, ut pars, quæ ad uer-
 ticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad basim sit du-
 pla, certissimis rationibus comprobarem. sed huic
 quoque rei prouisum est à me: seorsumq; ab his li-
 bris de cētro grauitatis solidorū uberrime cōscripsi.
 denique nihil prætermisi, quod ad Archimedem in
 hac materia illustrandum attineret. quod si, ut spero,
 assecutus sum, satis magnum fructum mihi cepisse ui-
 debor laborum, & uigiliarum mearum: sin secus acci-
 derit, hoc me tamen consolabor, quod omnes intelli-
 gent, honestissimo meo consilio, non tã ingenij mei
 imbecillitatem, quàm rei obscuritatem, & temporū
 iniurias obstitisse. Hoc loco superuacaneum esse arbi-
 tror pluribus uerbis exponere, cur tibi amplissime

Cardinalis, has lucubrationes meas dicare constitue-
rim. tantis enim beneficijs à te affectus, quanta sem-
per & meminero, & prædicabo; tanta liberalitate cō-
plexus, quantam ne optare quidem unquam ausus es-
sem. cupio memorem, & erga te gratum animū qua
ratione possum, ostendere. quāuis si de te nihil aliud
præter auditum haberem, si amplitudini tuæ tanto-
pere deuinctus non essem; tua in omni genere disci-
plinarum excellentia, tua grauitas, atque innocentia
me magnopere hortata esset, ut te potissimum deli-
gerem, sub cuius clarissimi nominis splendore hi Ar-
chimedidis libri ab obliuione hominum, atque à silen-
tio uindicarentur. uerecundius de te in præsentia di-
cerem, ne uiderer assentationi potius, quàm ueritati
seruire; nisi omnibus persuasissimum esset, diuinas &
inauditas uirtutes tuas cum singulari eruditione con-
iunctas in illo sanctissimo Reip. christianæ consilio
tanquam lumen aliquod elucere. quamobrem ea,
qua soles, benignitate, fidelissimi clientis tui munus
accipies; quod tibi, qui & mathematicis disciplinis,
& phisiologiæ studijs tantopere delectaris, non inui-
cundum fore confido. Vale.

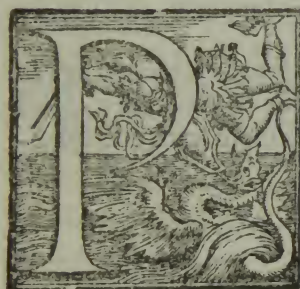
Federicus Commandinus.

216-267 13k. 2 53-1
ARCHIMEDIS DE IIS
QVAE VEHVNTVR IN AQVA

LIBER PRIMVS.

CVM COMMENTARIIS FEDERICI
COMMANDINI VRBINATIS.

P O S I T I O.



RONATVR humidi eam
esse naturam, vt partibus ip-
sius æqualiter iacentibus, &
continuatis inter se se, minus
pressa à magis pressa expella-
tur. Vnaquæque autem pars
eius premitur humido supra
ipsam existente ad perpendiculum, si humidum
sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pres-
sum.

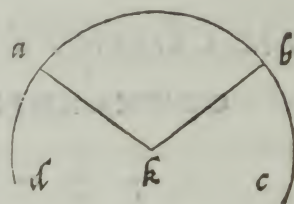
P R O P O S I T I O I.

SI superficies aliqua plano secetur per idẽ sem-
per punctum; sitq; sectio circuli circumferen-
tia, centrum habens punctum illud, per quod pla-
no secatur: sphaeræ superficies erit.

A

A R C H I M E D I S

SECE TVR superficies aliqua plano per k punctum ducto: & sic sectio semper circuli circumferentia, centrum habens punctum k . Dico eam sphaerae superficiem esse. Si enim non est sphaerae superficies; rectae lineae, quae à puncto k ad circumferentiam ducuntur non omnes aequales erunt. Itaque sint $a b$ puncta in superficie; & inaequales lineae $a k k b$: per ipsas autem $a k k b$ planum ducatur, quod sectionem faciat in superficie lineam $d a b c$. ergo $d a b c$ circuli circumferentia est, cuius centrum k ; quoniam superficies eiusmodi ponebatur: & idcirco aequales inter se sunt $a k k b$, sed & inaequales; quod fieri non potest. constat igitur superficiem eam esse sphaerae superficiem.



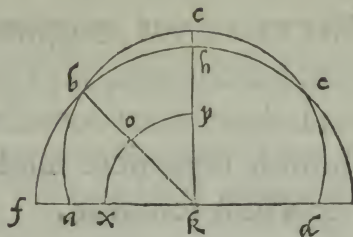
P R O P O S I T I O I I .

OMNIS humidi consistentis, atque manentis superficies sphaerica est; cuius sphaerae centrum est idem, quod centrum terrae.

INTELLIGAT VR humidū consistens, manēsq; & secetur ipsius superficies plano per centrum terrae ducto. sit autem terrae centrum k : & superficiei sectio, linea $a b c d$. Dico lineam $a b c d$ circuli circumferentiam esse, cuius centrum k . Si enim non est, rectae lineae à puncto k ad lineam $a b c d$ ductae non erunt aequales. Sumatur recta linea quibusdam quidem à puncto k ad ipsam $a b c d$ ductis maior; quibusdam uero minor; & ex centro k , interual-

loq;

loq; lineæ sumptæ circulus describatur. cadet ergo ipsius circumferentia partim extra lineam a b c d, partim intra; quoniam ea, quæ ex centro quibusdam quidem à puncto k ad ipsam ductis est maior; & quibusdam minor. Itaq; sit circuli descripti circumferentia f b h: & ex b ad k ducta lineæ, iungātur f k h k e,



quæ angulos æquales faciant: describatur autem & ex centro k circumferentia quædam $x o p$ in plano, & in humido. ergo partes humidi, quæ sunt ad circumferentiam $x o p$ æqualiter iacent, ac continuatæ inter se se: & premuntur quidem partes, quæ ad $x o$ circumferentiam, humido, quod loco $a b$ continetur: quæ uero ad circumferentiam $o p$ premuntur humido, quod continetur $b e$. inæqualiter igitur premuntur partes humidi ad circumferentiâ $x o$, & ad $o p$. quare minus pressæ à magis pressis expellentur. non ergo consistet humidum. Atqui ponebatur consistens, & manens. necessarium est igitur lineam $a b c d$ esse circuli circumferentiam, cuius centrum k . Similiter autem demonstrabitur, & si quomodocunque aliter superficies humidi plano secta fuerit per centrum terræ; sectionem circuli circumferentiam esse: & centrum ipsius esse, quod & terræ centrum. Ex quibus constat superficiem humidi consistentis, atque manentis sphericam esse: & eius sphæræ centrum idem, quod centrum terræ: quoniam eiusmodi est, ut secta per idem semper punctum sectionem faciat circuli circumferentiam, centrum habentis punctum illud, per quod ipsa plano secatur.

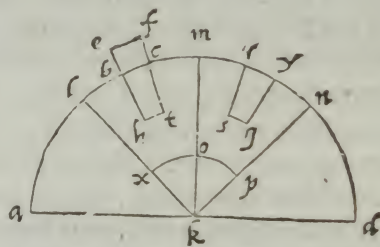
Prima hu
ius.

ARCHIMEDIS

PROPOSITIO III.

SOLIDARVM magnitudinum, quæ æqualẽ molem habentes æque graues sunt, atque humidum; in humidum demissæ demergentur ita, vt ex humidi superficie nihil extet: non tamen ad huc deorsum ferentur.

SIT magnitudo aliqua æque grauis, atque humidum: & si fieri potest, in humidum demissa extet ex superficie ipsius: consistat autem humidum, maneatq;: & intelligatur aliquod planum ductũ per cẽtrum terræ, & humidum, ac per solidam magnitudinem, ut sit superficiei quidem humidum sectio $a b c d$; solidæ uero magnitudinis insidentis $e h t f$; & terræ centrum k : sitq; solidæ magnitudinis pars, quæ in humido est, $b h t c$; & quæ extra humidum $b e f c$. intelligatur etiam solida figura comprehensa pyramide, basim quidem habente parallelogrammum, quod est in superficie humidum; uerticem autem centrum terræ: sitq; sectio plani, in quo est $a b c d$ circumferentia, & planorum pyramidis $k l$, $k m$: & describatur quædam alterius sphaeræ superficies $x o p$ circa centrũ k , in humido sub $e f h t$, ut sit ipsa $x o p$ sectio facta à superficie plani. Sumatur præterea alia quædam pyramis æqualis, & similis comprehendenti solidam figuram, ipsi coniuncta,



iuncta, & continuata: sitq; sectio planorū ipsius Km Kn : & in humido intelligatur quādam magnitudo $rsqy$ ex ipso humido constans, æqualis, & similis solidæ $bhtc$, quæ quidem pars est solidæ magnitudinis in humido demersa. partes igitur humidi, quæ scilicet in prima pyramide superficie xo continetur, & quæ in altera continetur po , æqualiter sunt positæ, & continuatæ; sed non similiter premuntur. nam contenta quidem xo , premitur solido $eh tf$, & humido interiecto inter superficies xo , lm , & plana pyramidis; contenta uero po premitur solido $rsqy$, & humido inter superficies op , mn , & pyramidis plana interiecto. minor autem est grauitas humidi, quod est inter mn , op , quàm eius, quod inter lm , xo . solidum enim $rsqy$ est minus solido $eh tf$: cum sit æquale ipsi $bhtc$; quia magnitudine æquale, & æque graue ponitur solidum, atque humidum: reliquum autem reliquo inæquale est. constat igitur partem contentā superficie op , expelli ab ea, quæ ipsa xo continetur: & non consistere humidum. ponebatur autem consistens, & manens: non ergo ex superficie humidi extat aliquid solidæ magnitudinis. sed neque demersum solidum ad inferiora feretur. Similiter enim prementur omnes partes humidi æqualiter positæ, cum solidum sit æque graue, atque humidum.

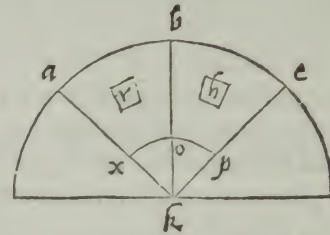
PROPOSITIO IIII.

SOLIDARVM magnitudinum, quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

SIT magnitudo solida humido leuior; & demissa in humidum demergatur tota, si fieri potest, ut nulla pars ipsius

ARCHIMEDIS

extet ex humidi superficie . consistat autem humidum, maneatq; & intelligatur aliquod planum ductum per centrū terræ , per humidum, & per magnitudinem solidam : à quo superficies quidem humidi secetur secundum circumferentiam a b c ; solida autem magnitudo secundum figuram, in qua r : & centrum terræ sit K . Intelligatur etiam quædam pyramis comprehendens



figuram r, sicuti prius, quæ pūctum K pro uertice habeat : secenturq; ipsius plana à superficie plani a b c secundum a K K b, & sumatur pyramis alia æqualis, & similis superiori, cuius plana secentur à plano a b c, secundum b K K c : deinde alterius sphaeræ superficies quædam describatur in humido circa centrum K, sub solida magnitudine : & secetur ab eodem plano secundum x o p : postremo intelligatur alia magnitudo h in posteriori pyramide, quæ ex humido constet, & solidæ magnitudini r sit æqualis . partes igitur humidi, & quæ in prima pyramide continetur superficie x o ; & quæ in secunda superficie o p continetur, æqualiter iacent, & continuatæ inter se se ; non tamen similiter premuntur : nam quæ est in prima pyramide premitur magnitudine solida r, & humido cōtinente ipsam, quod est in loco pyramidis a b o x : quæ uero in altera pyramide premitur solida magnitudine h, & humido ipsam continente in loco pyramidis p o b c . At grauitas solidæ magnitudinis r, minor est grauitate humidi, in quo h : quoniam magnitudo solida mole quidem æqualis, & humido leuior ponitur : grauitas autem humidi continentis magnitudines r h est æqualis ; cum pyramides æquales sint . magis ergo premi-

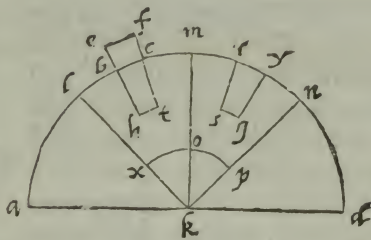
premitur pars humidi, quæ est sub superficie o p. quare expellet partem minus pressam, & non manebit humidum. ponebatur autem manens. non igitur demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

PROPOSITIO V.

SOLIDARVM magnitudinum quæcunque leuior humido fuerit, demissa in humidum vsque eò demergetur, vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem, quam tota magnitudo, grauitatem habeat.

DISPONANTVR eadem, quæ supra: sitq; humidum manens: & magnitudo e h t f humido leuior. Si igitur humidum manet, similiter prementur eius partes, quæ æqualiter iacent. similiter ergo premetur humidum sub superficiebus x o o p.

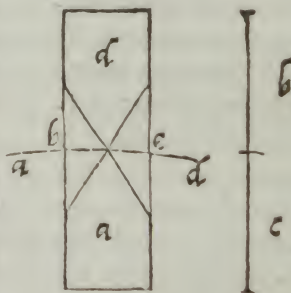
quare æqualis est grauitas, qua premuntur. est autem & grauitas humidi, quod in prima pyramide absque solido b h t c, æqualis grauitati humidi, quod in altera pyramide absq; r s q y humido. perspicuum est igitur grauitatem magnitudinis e h t f grauitati humidi r s q y æqualem esse. ex quibus constat, tantam humidi molem, quanta est pars demersæ solidæ magnitudinis, eandem, quam tota magnitudo habere grauitatem.



ARCHIMEDIS
PROPOSITIO VI.

SOLIDAE magnitudines humido leuiores, in humidum impulsæ sursum feruntur tanta ui, quāto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.

SIT enim magnitudo a leuior humido: & sit magnitudinis quidem a grauitas b: humidi uero molem habentis æqualem ipsi a, grauitas sit b c. demonstrandum est magnitudinem a in humidum impulsam tanta ui sursum ferri, quanta est grauitas c. accipiatur enim quædam magnitudo, in qua d habens grauitatem ipsi c æqualem. Itaque magnitudo ex utrisque magnitudinibus constans, in quibus a d, leuior est humido. nam magnitudinis quidem quæ ex utrisque constat grauitas est b c; humidi uero habentis molem ipsis æqualem grauitas maior est, quā b c: quoniam b c grauitas est humidi molem habentis æqualem ipsi a. Si ergo demittatur in humidū magnitudo ex utrisque a d constans; usque eò demergetur, ut tanta moles humidi, quanta est pars magnitudinis demersa eādem, quam tota magnitudo grauitatem habeat. hoc enim iam demonstratum est. sit autē superficies humidi alicuius a b c d circumferentia. Quoniam igitur tanta moles humidi, quanta est magnitudo a grauitatem habet eandem, quam magnitudines a d: perspicuum est partem ipsius demersam esse magnitudinem a; reliquam uero d totam ex humidi



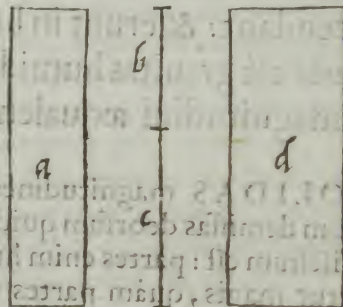
es, in
i, quā
equa-

agnitu
ibentia
t magn
n ferri
agnitu
Itaque
in qui
em qu
abentia
c: quo

amidi,
quam
emer-
ex hu-
midi

A diagram of a rectangular frame with four labels: 'a' is in the bottom-left corner, 'b' is in the top-left corner, 'c' is in the bottom-center, and 'd' is in the right-center. The frame is composed of several vertical and horizontal lines, with a central vertical line and a central horizontal line intersecting at point 'c'.

cuius gravitas sit ipsi b æqualis: humidi uero molem habentis æqualem magnitudini d , sit gravitas æqualis $b c$. Itaque compositis magnitudinibus $a d$, magnitudo ex utrisque constans æque grauis erit, atque ipsum humidum: gravitas enim utrarumque magnitudinum est æqualis utrisque gravitatibus, uidelicet $b c$, & b : gravitas autem humidi habentis molem æqualem utrisque magnitudinibus, est eisdem gravitatibus æqualis. Demissis igitur magnitudinibus, & in humidum proiectis æque graues erunt, atque humidum: neque sursum, neque deorsum ferentur: quoniam magnitudo quidem a grauior humido feretur deorsum; & eadem uis, à magnitudine d sursum retrahetur: magnitudo autem d humido leuior feretur sursum tanta uis, quanta est gravitas c . *¶ huius.* demonstratur enim est magnitudines solidas humido leuiiores, impulsas in humidum tanta uis retrahi sursum, quanto humidum habens molem magnitudini æqualem grauius est ipsa magnitudine. At humidum molem habens æqualem d , grauius est, quam d , ipsa c gravitate. Constat igitur magnitudinem a deorsum ferri tanta gravitate, quanta est c , quod demonstrare oportebat.



P O S I T I O .

PONATUR eorum, quæ in humido sursum feruntur, unumquodque sursum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum gravitatis ipsorum ducitur.

COM-

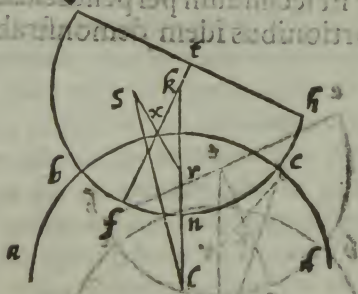
COM-MENTARIIVS.

At uero ea, quae feruntur deorsum; secundum perpendicularem, quae per centrum grauitatis ipsorum ducitur, similiter ferri, uel tanquam notum, uel ut ab alijs positum praetermisit.

PROPOSITIO VIII.

Si aliqua magnitudo solida leuior humido, A
quae figuram portionis sphaerae habeat, in humi- B
dum demittatur, ita ut basis portionis non tan-
gat humidum: figura insidebit recta, ita ut axis
portionis sit secundum perpendicularem. Et si
ab aliquo inclinetur figura, ut basis portionis hu-
midum contingat; non manebit inclinata si demit-
tatur, sed recta restituetur.

INTELLIGATUR quaedam magnitudo, qualis dicta est, in humidum demissa: & ducatur planum per axē portionis, & per terrae centrum, ut sit superfici-
e humidi sectio circūferentia a b c d: & figurae sectio e f h circunferentia: sit autem e h recta linea; & f t axis portionis. Si igitur inclinetur figura, ita ut axis portionis f t non sit secundum perpendicularem. demonstrandum est, non manere ipsam figuram; sed in rectum restitui. Itaque centrum sphaerae est



Suppleta
a Federi-
co Côm.

B 2

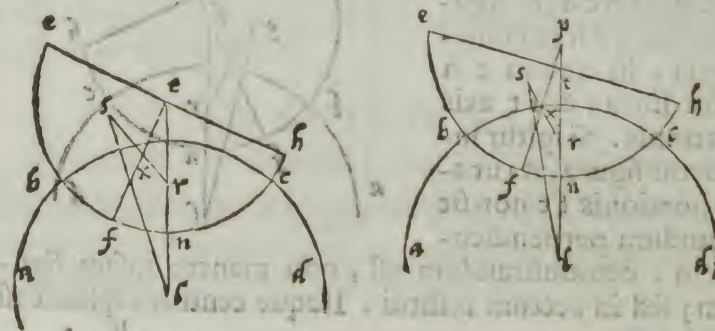
in linea ft . nam sit primum figura maior dimidia sphære:
sitq; in dimidia sphæra sphære centrum t ; in minori por-
tione sit centrum p ; & in maiori k ; per k uero, & terræ cen-
trum l ducatur kl secans circumferentiam e h in pun-
cto n .

C Quoniam igitur unaquæque sphæraportio axem
habet in linea, quæ à cetro sphære ad eius basim perpen-
dicularis ducitur: habetq; in axe gravitatis centrum:
portionis in humido demersæ, quæ ex duabus sphære
portionibus constat, axis erit in perpendiculari per k du-
cta. & idcirco centrum gravitatis ipsius erit in linea nk ,

D quod sit r . sed totius portionis gravitatis centrum est in li-
nea ft inter k , & f , quod sit x . reliquæ ergo figuræ, quæ est

E extra humidum, centrum erit in linea rx producta ad par-
tes x ; & assumptæ ex ea, lineæ quâdam, quæ ad rx eandem
proportionem habeat, quam gravitas portionis in humi-
do demersæ habet ad gravitatem figuræ, quæ est extra hu-
midum. Sit autem s centrum dictæ figuræ: & per s ducatur

F perpendicularis sl . Feretur ergo gravitas figuræ qui-
dem, quæ extra humidum per rectam sl deorsum; portio-
nis autem, quæ in humido, sursum per rectam rl . quare
non manebit figura, sed partes eius, quæ sunt ad e , deor-
sum; & quæ ad h sursum ferentur: idq; cōtinenter fiet, quoad
 ft sit secundum perpendicularem. Eodem modo in aliis
portionibus idem demonstrabitur.]



COMMENTARIUS.

Huius propositionis demonstratio iniuria temporum desideratur, quam nos ita restituimus, ut ex figuris, quæ remanserunt Archimedes scripsisse colligi potuit: neque enim eas immutare visum est, quæ vero ad declarationem, explicationemque addenda fuerant, in commentarijs suppleuimus, id quod etiam præstitimus in secunda propositione secundi libri.

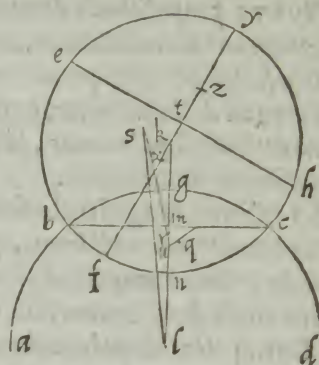
SI aliqua magnitudo solida leuior humido.] Ea uerba, A
leuior humido, nos addidimus, quæ in translatione non erant; quoniam de eiusmodi magnitudinibus in hac propositione agitur.

In humidum demittatur, ita ut basis portionis non tangat humidum.] Hoc est in humidum ita demittatur, ut basis sursum spectet; uertex autem deorsum. quod quidem opponitur ei, quod in sequenti dixit. In humidum demittatur, ita ut basis tota sit in humido. His enim uerbis significat portionem opposito modo in humidum demitti, ut scilicet uertex sursum; basis autem deorsum uergat. eodem dicendi modo frequenter usus est in secundo libro; in quo de portionibus conoidis rectanguli tractatur.

Quoniam igitur unaquæque sphaeræ portio axem habet in linea, C
quæ à cetro sphaeræ ad eius basim perpendicularis ducitur.] Iungatur enim bc , & kl secet circumferentiam $abcd$ in puncto g ; lineam uero rectam bc in m . & quoniam duo circuli $abcd$, & efh secant se in punctis bc ; recta linea, quæ ipsorum centra coniungit, uidelicet kl lineam bc bifariam, & ad angulos rectos secat: ut in commentarijs in Ptolemæi planisphaerium ostendimus. quare portionis circuli bnc diameter est mn ; & portionis bgc diameter mg : nam rectæ linæ, quæ ipsi bc æquidistantes ex utraque parte ducuntur, cum linea ng rectos angulos faciunt; & idcirco ab ipsa bifariam secantur. portionis igitur sphaeræ bnc axis est nm ; & portionis bgc axis mg . ex quo sequitur, portionis in humido demersæ axem esse in linea kl ; ipsam scilicet ng . & cum gravitatis centrum cuiuslibet sphaeræ portionis sit in axe; quod nos in libro

29. primi

3. tertii.



Quoniam igitur a portione in humido demersa aufertur sphaerae portio bnc , non habens idem centrum gravitatis: erit ex octava primi libri Archimedis de centro gravitatis planorum, reliquae portiones bgc centrum in linea uq producta. quod fieri non potest; est enim in axe ipsius mg . sequitur ergo ut portiones in humido demersae centrum gravitatis sit in linea nk . quod ostendendum proposuimus.

D Sed totius portionis grauitatis centrum est in linea ft , inter k , & f , quod sit x .] Compleatur *sphæra*, ut sit portionis additæ axis $t y$; & centrū grauitatis z . Itaque quoniā à tota *sphæra*, cuius grauitatis cētrum est k , ut etiam in eodem libro demonstrauimus, auferitur portio $e y h$ centrū grauitatis habens z : erit reliquæ portionis $e f h$ cētrū in linea $z k$ producta, quare inter k & f necessario cadet.

E Reliquæ ergo figuræ, quæ est extrā humidum, centrum erit in linea $r x$ producta.] Ex eadem octaua primi libri Archimedis de centro grauitatis planorum.

F Peretur ergo gravitas, figuræ quidem quæ extra humidum per rectam s l deorsum; portionis autem, quæ in humido sursum per rectam r l.] Ex antecedenti positione. magnitudo enim, quæ in humido demersa est, tanta vi per lineam r l sursum fertur, quanta quæ extra humidum per lineam s l, deorsum: id quod ex propositione sexta huius libri constare potest. & quoniam feruntur per alias, atque alias lineas:

medi-
anis
dium

PROPOSITION IX.

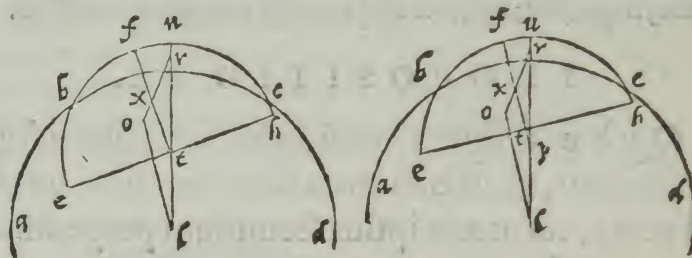
sequi-
fit in li

ft, in-
adit



ARCHIMEDIS

extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k ; & propter ea, quæ superius dicta sunt, centrum gravitatis ipsius est in linea $n k$, quod sit r ; totius autem portionis centrum gravitatis est in linea $f t$, inter k & f , quod sit x . reliquæ ergo figuræ, eius scilicet, quæ est in humido, centrum erit in recta linea $r x$ producta ad partes x ; & as-



sumpta ex ea linea quadam, quæ ad $x r$ eandem habeat proportionem, quam gravitas portionis, quæ est extra humidum, ad gravitatem figuræ, quæ in humido. Sit autem o centrum dictæ figuræ: & per o perpendicularis ducatur $l o$. Feretur ergo gravitas portionis quidem, quæ est extra humidum, per rectam $r l$ deorsum; figuræ autem, quæ in humido, per rectam $o l$ sursum. non manet igitur figura; sed partes eius, quæ sunt ad h , deorsum ferentur; & quæ ad e sursum. atque hoc semper erit, donec $f t$ secundum perpendicularem fiat.

COMMENTARIUS.

A ITAQUE, figura, quæ est extra humidi superficiem, axem habet in perpendiculari per k .]

DUCATUR enim $b c$, quæ secet lineam $n k$ in m : ipsa vero $n k$ circumferentiam $a b c d$ secet in g . eodem modo, quo supra, demonstr

ARCHIMEDIS DE IIS QVAE VEHVNTVR IN AQVA

LIBER SECVNDVS.

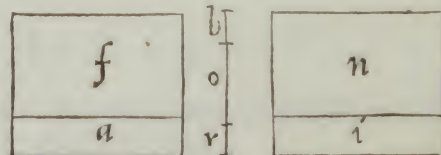
CVM COMMENTARIIS FEDERICI
COMMANDINI VRBINATIS.

PROPOSITIO I.



I magnitudo aliqua humido
leuior demittatur in humi-
dum, eam in grauitate pro-
portionem habebit ad humi-
dum æqualis molis, quā pars
magnitudinis demersa habet
ad totam magnitudinem.

DEMITTATUR enim in humidum aliqua magni-
tudo solida, quæ sit fa , leuior humido: & pars quidem ip-
sius demersa sit a ; quæ autem extra humidum f . demon-
strandum est, ma-
gnitudinem f a
ad humidum æ-
qualis molis eam
in grauitate pro-
portionem habe-
re, quam habet



a ad fa . accipiatnr enim aliqua humidi magnitudo n i
æqualis

æqualis magnitudini $f a$; sitq. ipsi f æqualis n ; & ipsi a æqualis i . magnitudinis autem $f a$ gravitas sit b ; & magnitudinis $n i$ gravitas $o r$; & ipsius i sit r . magnitudo igitur $f a$ ad $n i$ eam proportionem habet, quam gravitas b ad gravitatem $o r$. Sed quoniam magnitudo $f a$ in humidum demissa leuior est humido; patet tantam humidi molem, quanta est pars magnitudinis demersa, eandem quam magnitudo $f a$ habere gravitatem. hoc enim superius demonstratum est. At ipsi a respondet humidum i , cuius quidem gravitas est r ; & ipsius $f a$ gravitas b . ergo b gravitas eius, quod habet molem æqualem toti magnitudini $f a$, æqualis erit gravitati humidi i , uidelicet ipsi r . Et quoniam ut magnitudo $f a$ ad humidum $n i$ sibi respondens, ita est b ad $o r$: est autem b æqualis ipsi r : & ut r ad $o r$, ita i ad $n i$; & a ad $f a$. Sequitur ut $f a$ ad humidum æqualis molis eam in gravitate proportionem habeat, quam magnitudo a habet ad $f a$. quod demonstrare oportebat.

5. primū
huius.

11. quinti

PROPOSITIO II.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quam sesquialterum eius, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in gravitate; demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; & posita inclinata, non manebit inclinata; sed recta restituetur. Rectam dico consistere talem portionem, quando planum quod ipsam secuit, superficiei humidi fuerit æquidistans.

SIT portio rectanguli conoidis, qualis dicta est; & ia-

C 2

ceat inclinata. Demonstrandum est non manere ipsam; sed rectam restitui. Itaque secta ipsa plano per axem, recto ad planum, quod est in superficie humidi, portionis sectio sit apol rectanguli conii sectio: axis portionis, & sectionis diameter no: superficiei autem humidi sectio sit is. Si igitur portio non est recta; non utique erit ali ipsi is æquidistans. quare no cum is non faciet angulos rectos.

Suppleta
a Federi-
co Com.

B

C

D

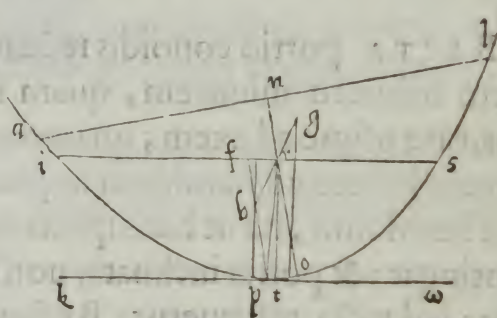
E

F

ducatur ergo k contingens sectionem conii in p [quæ ipsi is æquidistet: & à puncto pad is ducatur pf æquidistans ipsi on, quæ erit sectionis ipos diameter, & axis portionis in humido demersæ. sumantur deinde centra gravitatum: sitq; solidæ magnitudinis apol gravitatis centrû r; ipsius uero ipos centrum sit b: & iuncta br producatûr ad g, quod sit centrum gravitatis reliquæ figuræ isla. Quoniam igitur no ipsius quidem ro sesquialtera est; eius autē, quæ usque ad axē minor, quam sesquialtera; erit ro minor, quàm quæ usque ad axem. Quare angulus rpω acutus erit: cum enim linea, quæ usque ad axem maior sit ipsa ro; quæ à puncto r ad k perpendicularis ducitur, uidelicet rt, cū

linea fp extra sectionem conueniet: & propterea inter p & a puncta cadat necesse est. Ita; si per bg ducantur lineæ ipsi rt æquidistantes; angulos rectos cum

G superficie humidi continebunt: & quod in humido est sursum feretur secundum perpendicularem, quæ per b ducta est, ipsi rt æquidistans: quod uero est extra humidum secundum



cundum eam, quæ per g, deorsum feretur; & non ita manebit solidum a p o l: nam quod est ad a feretur sursum; & quod ad b deorsum, donec n o secundum perpendicularem constituatur.]

C O M M E N T A R I V S.

DESIDERATUR *propositionis huius demonstratio, quam nos etiam ad Archimedis figuram apposite restituiimus, commentarijs, quæ illustrauimus.*

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axē] *In translatione mendose legebatur. maiorem quàm sesquialterum: & ita legebatur in sequenti propositione. est autem recta portio conoidis, quæ plano ad axem recto abscinditur: eamque rectam tunc consistere dicimus, quando planum abscindens, uidelicet basis planum, superficiei humidi æquidistans fuerit.*

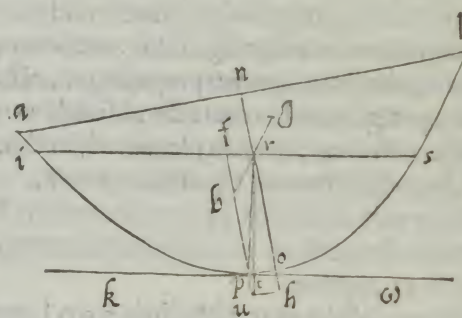
Quæ erit sectionis i p o s diameter, & axis portionis in humido demersæ] *ex 46 primi conicorum Apollony: uel ex corollario 51 eiusdem.*

Sitque solidæ magnitudinis a p o l grauitatis centrum r, ipsius uero i p o s centrum sit b.] *Portionis enim conoidis rectanguli centrum grauitatis est in axe, quem ita diuidit, ut pars eius, quæ ad uerticem terminatur, reliquæ partis, quæ ad basim, sit dupla: quod nos in libro de centro grauitatis solidorum propositione 29 demonstrauimus. Cum igitur portionis a p o l centrum grauitatis sit r, erit o r dupla r n: & propterea n o ipsius o r sesquialtera. Eadem ratione b centrum grauitatis portionis i p o s est in axe p f, ita ut p b dupla sit b f.*

Et iuncta b r producat ad g, quod sit centrum grauitatis reliquæ figuræ i s l a] *Si enim linea b r in g producta, habeat g r ad r b proportionem eam, quam conoidis portio i p o s ad reliquam figuram, quæ ex humidi superficiei extat: erit punctum g ipsius grauitatis centrum, ex octaua Archimedis.*

E Erit ro minor, quàm, quæ usque ad axem] Ex decima propositione quinti libri elementorum. Linea, quæ usque ad axem apud Archimedes, est dimidia eius, iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur; ut ex quarta propositione libri de conoidibus, & sphaeroidibus apparet. cur uero ita appellata sit, nos in commentarijs in eam editis tradidimus.

F Quare angulus $rp\omega$ acutus erit] producat^r lineam no ad h , ut sit rh æqualis ei, quæ usque ad axem. si igitur à puncto h ducatur linea ad rectos angulos ipsi nh , conveniet cum fp extra sectionem: ducta enim per o ipsi al æquidistans, extra sectionem cadit ex decima septima primi libri conicorum. Itaque conveniat in u . & quoniam fp est æquidistans diametro; hu uero ad diametrum perpendicularis; & rh æqualis ei, quæ usque ad axem, linea à puncto r ad u ducta angulos rectos faciet cum ea, quæ sectionem in puncto p contingit, hoc est cum kx , ut mox demonstrabitur. quare perpendicularis rt inter p & ω cadet; eritque $rp\omega$ angulus acutus.

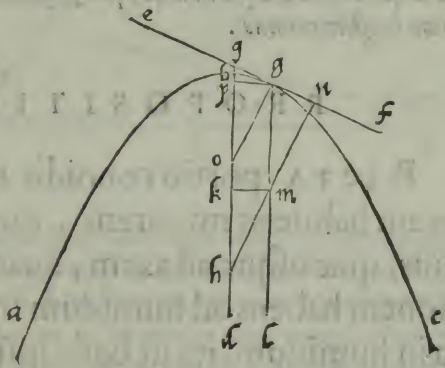


Sit rectanguli coni sectio, seu parabole abc , cuius diameter bd : atque ipsam contingat linea ef in puncto g : sumatur autem in diametro bd linea hk æqualis ei, quæ usque ad axem: & per g ducta gl , diametro æquidistante, à puncto k ad rectos angulos ipsi bd ducatur km , secans gl in m . Dico lineam ab h ad

in pro

m productam perpendicularem esse ad ipsam *ef*, quam quidem secet in *n*.

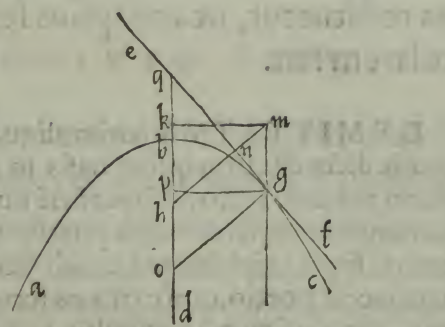
DUCATUR enim à puncto *g* linea *go* ad rectos angulos ipsi *ef*, diametrum in *o* secans: & rursus ab eodem puncto ducatur *gp* ad diametrum perpendicularis: secet autem ipsa diameter producta lineam *ef* in *q*. erit *pb* ipsi *bq* æqualis, ex trigesima quinta primi conicorum: & *gp* proportionalis iter *qp*, *po* quare quadratum *gp* rectangulo *opq* æquale erit: sed etiam æquale est rectangulo contento ipsa *pb*, & linea, iuxta quam possunt, quæ à sectione ad diametrum ordinatim ducuntur, ex undecima primi conicorum. ergo quæ est proportio *qp* ad *pb* eadem est linea, iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur ad ipsam *po*: est autem *qp* dupla *pb*: cū sint *pb*, *bq* æquales, ut dictum est. Linea igitur iuxta quam possunt, quæ à sectione ducuntur ipsius *po* dupla erit: & propterea *po* æqualis ei, quæ usque ad axem, videlicet ipsi *kb*: sed est *pg* æqualis *km*; & angulus *opg* angulo *hkm*; quod uterque rectus. quare & *og* ipsi *hm* est æqualis: & angulus *po g* angulo *kbm*. æquidistantes igitur sunt *og*, *hn*:



cor. 8. sexti.

17. sexti:

14. sexti.



32. primi

4. primi.

28

ARCHIMEDIS

29, primi *angulus h n f æqualis angulo o g f: quòd cum sit g o perpendicularis ad e f, & h n ad eandem perpendicularis erit. quod demonstrare oportebat.*

G Et quod in humido est sursum feretur secundum perpendicularem, quæ per b ducta est ipsi r t æquidistans.]
Cur hoc quidem sursum, illud uero deorsum per lineam perpendicularem feratur, diximus supra in octavam primi libri huius. quare neque in hac, neque in alijs, quæ sequuntur, eadem iterare necessarium existimauimus.

PROPOSITIO III.

RECTA portio conoidis rectanguli quando axem habuerit minorem, quam sesquialterum eius, quæ usque ad axem, quamcunque proportionem habens ad humidum in grauitate; demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; & posita inclinata, non manebit inclinata, sed ita restituetur, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

DEMITTATUR enim aliqua portio in humidum, qualis dicta est: sitq; ipsius basis in humido: & secta ipsa plano per axē, recto ad superficiē humidi, sit sectio a p o l rectanguli coni sectio: axis portionis, & sectionis diameter p f: superficiē autem humidi sectio sit i s. Quòd si inclinata iaceat portio, non erit axis secundum perpendicularem. ergo p f cum i s angulos rectos non faciet. Itaque ducatur linea quædā k æquidistans ipsi i s; contingensq; sectionē a p o l in o: & solidæ quidē magnitudinis a p o l sit r grauitatis centrum: ipsius autem i p o s centrum sit b. iun-

P R O P O S I T I O I I I I .

D

A R C H I M E D I S

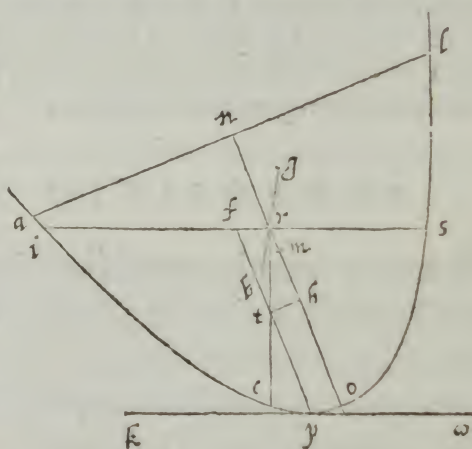
ut basis ipsius humidum non contingat ; & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

SIT portio conoidis rectanguli, qualis dicta est: & demissa in humidum, si fieri potest, non sit recta; sed inclinata: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, portionis quidem sectio sit rectanguli coni sectio a p o l, axis portionis, & sectionis diameter n o; & superficiem humidi sectio sit i s. si igitur portio non est recta, non faciet n o cum i s angulos æquales. Ducatur k w contingens rectanguli coni sectionem in p; æquidistantq; ipsi i s: & à puncto p ipsi o n æquidistans ducatur p f. Itaque sumantur centra gravitatum: & solidi quidem a p o l centrum sit r; eius autem, quod intra humidum, centrum b: iunctaq; b r producatur ad g, ut g sit centrū gravitatis solidi, quod extra humidum.

Quoniam igitur
n o ipsius quidem
r o sesquialtera ē;
eius autē, quæ u-
que ad axē maior,
quàm sesquialte-

10. quinti ra: patet r o maio
rê esse, quàm quæ
A usq; ad axê. Sit ei,
quæ usque ad axê

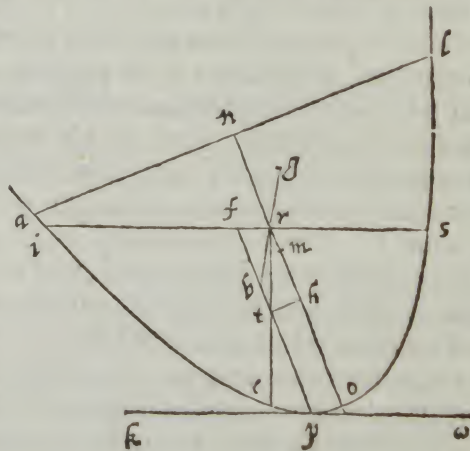
12. quinti B æqualis r h: & o h dupla ipsius h m. quòd cū n o ipsius r o
sesquialtera sit; itemq; m o ipsius o h: & reliqua n m reli
quæ r h sesquialtera erit. ergo axis tanto maior est, quàm
sesqui-



sesquialter eius, quæ usque ad axem, quanta est linea mo .
 Ponebatur autem portio ad humidum æqualis molis non
 minorem in gravitate proportionem habere, quam qua-
 dratum, quod sit ab excessu, quo axis est maior, quam ses-
 quialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab
 axe. quare constat portionem ad humidum in gravitate
 non minorem proportionem habere, quàm quadratum li-
 neæ mo ad quadratum ipsius no . Sed quam proportio-
 nem habet portio ad humidum in gravitate, eandem por-
 tio ipsius demersa habet ad totam portionem: hoc enim C
 supra demonstratum est: & quam proportionem habet de D
 mersa portio ad totam, eam quadratum pf habet ad no
 quadratum: cum demonstratum sit in iis, quæ de conoidi-
 bus, & sphaeroidibus, si à rectangulo conoide duæ portio-
 nes planis quomocunque ductis abscindantur, portio-
 nes inter se eandem habere proportionem, quàm quadra-
 ta, quæ ab ipsorum axibus constituuntur. non minorem
 ergo proportionem habet quadratum pf ad quadratū no ,
 quàm quadratum mo ad idem no quadratum. quare E
 pf non est minor ipsa mo ; nec bp item minor ho . Si F
 igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipsi no , coi- G
 bit cum bp , atque inter b , & p cadet. coeat in t . & quo H
 niam pf quidem æquidistans est diametro, ht autem ad
 diametrum perpendicularis; & rh æqualis ei, quæ usque
 ad axem: ducta linea ab r ad t & producta angulos rectos
 faciet cum linea sectionem in puncto p contingente. qua-
 re & cum is , & cum humidi superficie, quæ per is tran-
 sit. Itaque si per bg puncta lineæ ipsi rt æquidistantes du-
 cantur, angulos rectos facient cum superficie humidi: &
 quod quidem in humido est solidum conoidis feretur sur-
 sum secundum eam, quæ per b ducta fuerit ipsi rt æquidi-
 stans: quod autem extra humidum, secundum eam, quæ
 per g deorsum feretur. atque hoc tandiu fiet, quoad co-
 noides rectum constituatur.

ARCHIMEDIS
COMMENTARIUS.

- A Sit ei, quæ usque ad axem æqualis r h.] Ita legendum est, non r m, ut translatio habet, quod ex ijs, quæ sequuntur, manifeste constare potest.
- B Et o h dupla ipsius h m.] In translatione mendose legebatur, o n dupla ipsius r m.
- C Hoc enim supra demonstratum est.] In prima huius.
- D Et quam proportionem habet demersa portio ad totā, eam quadratum p f habet ad n o quadratum.] Hoc loco in translatione non nulli desiderabantur, quæ nos restitimus. Illud autem ab Archimede demonstratum est in libro de conoidibus & sphaeroidibus propositione 26.
- E Quare p f non est minor ipsa m o.] Nam ex decima quinti sequitur, quadratum p f non esse minus quadrato m o. quare neque linea p f minor erit linea m o ex 22 sexti.
- F Nec b p item minor h o.] Est enim ut p f ad p b, ita m o, ad h o. & permutando, ut p f ad m o, ita b p, ad h o. sed p f non est minor m o, ut ostensum est. ergo neque b p ipsa h o minor erit.
14. quinti G Si igitur ab h ducatur linea ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p, atque inter b & p cadet.] Corruptus erat hic locus in translatione. Illud uero ita demonstrabitur. Quoniam p f non est minor o m, nec p b ipsa h o; si ponatur p f æqualis o m; & p b, ipsi h o æqualis erit.



quare

quare per o ducta ipsi al æquidistans cadet extra sectionem ex 17. primi conicorum: & cum bp producta coibit infra p. ergo & perpendicularis ducta per b cum eadem infra b coibit, atque inter b & p necessario cadet. multo autem magis illud idem sequetur, si ponamus pf ipsa om maiorem esse.

Et quoniam pf quidem æquidistans est diametro, h t autem ad diametrum perpendicularis; & rh æqualis ei, quæ usque ad axem, ducta linea ab r ad e, & producta angulos rectos facere cum linea sectionem in p contingente.] Hoc superius à nobis demonstratum est in secundam huius.

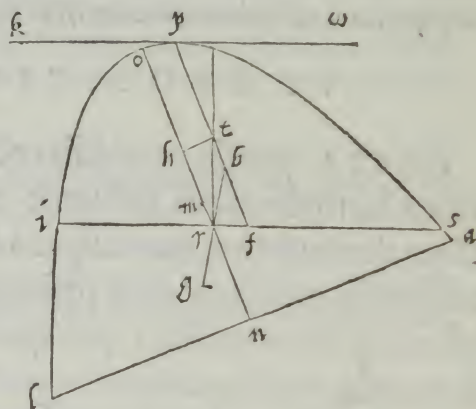
PROPOSITIO V.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; si ad humidum in grauitate non maiorem proportionē habeat, quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius tota sit in humido; & posita inclinata non manebit inclinata, sed restituetur ita, ut axis ipsius secundum perpendicularem fiat.

DEMITTATUR enim in humidum portio aliqua, qualis dicta est: & sit basis ipsius tota in humido. Secta autem ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, erit sectio rectanguli coni sectio, quæ sit a p o l; axis portionis,

A R C H I M E D I S

& sectionis diameter $n o$: superficiæ autem humidi sectio sit $i s$. Quoniam igitur axis non est secundum perpendicularem; ipsa $n o$ cum $i s$ non faciet angulos æquales. Ducatur $k \omega$ contingens sectionem ap $o l$ in p ; atque ipsi $i s$ æquidistans: per p autem ducatur $p f$ æquidistans ipsi $n o$: & sumantur gravitatum centra. sitq; ipsius $a p o l$ solidi centrum r ; eius quod extra humidum sit b : & iuncta $b r$ producat ad g , quod sit centrum gravitatis solidi i humido demersi: sumatur præterea $r h$ æqualis ei, quæ usque ad axē: $o h$ autem dupla ipsius $h m$; & alia fiāt, sicuti superius dictum est. Itaque cum portio ad humidum in gravitate non maiorem proportionem habere ponatur, quā



11. quin-
ti.

- A portio. quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam quæ est extra humidum, quàm quadratum $n o$ ad quadratum $m o$. habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum

dratum n o ad quadratum p f. quadratum igitur n o ad quadratum p f non maiorem proportionem habet, quàm ad quadratum m o. ex quo efficitur, ut p f non sit minor ipsa o m; neque p b ipsa o h. quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi n o, coibit cum b p inter p & b. coeat in t. & quoniam in rectanguli coni sectione p f est æquidistans diametro n o; h t autem ad diametrum perpendicularis: & r h æqualis ei, quæ usque ad axem: constat r t productam facere angulos rectos cum ipsa k p ω. quare & cum i s. ergo r t perpendicularis est ad superficiem humidi. et si per b g puncta ducantur æquidistantes ipsi r t, ad superficiem humidi perpendiculares erunt. portio igitur, quæ est extra humidum, deorsum in humidum feretur secundum perpendicularem per b ductam; quæ uero intra humidum secundum perpendicularem per g sursum feretur: & non manebit solida portio a p o l, sed intra humidum mouebitur, donec utique ipsa n o secundum perpendicularem fiat.

C O M M E N T A R I V S.

Quare non maiorem proportionem habet tota portio ad eam, quæ est extra humidum, quàm quadratum n o ad quadratum m o] Cum enim magnitudo portionis in humidum demersa ad totam portionem non maiorem proportionem habeat, quàm excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o, ad ipsum n o quadratum: conuertendo per uigesimã sextam quinti elementorum ex traditione Campani, tota portio ad magnitudinem demersam non minorem proportionem habebit, quàm quadratum n o ad excessum, quo ipsum quadratum n o excedit quadratum m o. Intelligatur portio, quæ extra humidum, magnitudo prima: quæ in humido demersa est, secunda: tertia autem magnitudo sit quadratum m o: & excessus, quo quadratum n o excedit quadratum m o sit quarta. ex his igitur magnitudinibus, primæ & secundæ ad secun-

ARCHIME DIS

dam non minor est proportio, quam tertia & quarta ad quartam; est enim quadratum mo una cum excessu, quo quadratum no excedit quadratum mo & quale ipsi no quadrato. quare per conuersionem rationis ex 30 eiusdem, prima & secunda ad primam non maior proportio erit, quam tertia & quarta ad tertiam: & idcirco tota portio ad portionem eam, quæ est extra humidum non maiorem proportionem habebit, quam quadratum no ad quadratum mo . quod demonstrandum proponebatur.

B Habet autem tota portio ad eam, quæ extra humidum proportionem eandem, quam quadratum no ad quadratum $p f$.] *Ex uigesimasexta libri de conoidibus, & sphaeroidibus.*

C Ex quo efficitur, ut $p f$ non sit minor ipsa om ; neque $p b$ ipsa oh .] *Sequitur illud ex decima & decimaquarta quinti, & ex uigesimasecunda sexti elementorum, ut superius dictum est.*

D Quæ ergo ab h ducitur ad rectos angulos ipsi no coabit cum $p b$ inter p & b .] *Cur hoc ita contingat, nos proxime explicauimus.*

PROPOSITIO VI.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quam sesquialterum eius, quæ usque ad axem, minorem nero, quam ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; in humidum demissa adeo, ut basis ipsius contingat humidum, nunquam consistet inclinata ita, ut basis in uno puncto humidum contingat.

Sit

[illegible]

B

C

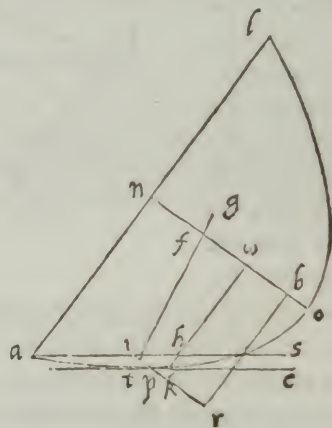
D

E

A R C H I M E D I S

pla est, aut minor, quàm dupla. Sit autem $p t$ dupla $t i$. erit centrum grauitatis eius, quod est in humido, punctum t . Itaque iuncta $t f$ producat; sitq; eius, quod extra humidum grauitatis centrum g : & à puncto b ad rectos angulos ipsi $n o$ ducatur $b r$. Quòd cum $p i$ quidem sit æquidistans diametro $n o$: $b r$ autem ad diametrum perpendicularis. & $f b$ æqualis ei, quæ usque ad axem: perspicuum est $f r$ productam æquales facere angulos cum ea, quæ sectionem $a p o l$ in puncto p contingit. quare & cum $a s$: & cum superficie humidi. lineæ autem ductæ per $t g$ æquidistantes ipsi $f r$, erunt &

ad humidæ superficiẽ perpendicularæ: & solidi $a p o l$ magnitudo, quæ intra humidum sursum feretur secundum perpendicularem per t ductam; quæ uero extra humidum secundum eam, quæ per g deorsum feretur. reuolueretur ergo solidum $a p o l$: & basis ipsius nullo modo humidæ superficiem continget. At si $p i$ lineam $k o$ non secet, ut in secunda figura; manifestum est punctum t , quod est centrum grauitatis demersæ portionis, cadere inter p & i : & reliqua similiter demonstrabuntur.



C O M M E N T A R I V S.

- A Demonstrandum est non manere ipsam portionem, sed reuolui ita, ut basis nullo modo superficiem humidæ contingat.] *Hæc nos addidimus tanquam ab interprete omissa.*
Itaque

Itaque quoniam $n o$ ad $f \omega$ maiorem habet proportionem, quam ad eam, quæ usque ad axem.] *Habet enim diameter portionis $n o$ ad $f \omega$ proportionem eandem, quam quindecim ad quatuor; ad eam uero, quæ usque ad axem minorem proportionem habere ponitur, quàm quindecim ad quatuor. quare $n o$ ad $f \omega$ maiorem habebit proportionem, quàm ad eam, quæ usque ad axem: & propterea quæ usque ad axem ipsa $f \omega$ maior erit.* B

Quoniam ergo in portione $a p o l$, quæ continetur recta linea, & rectanguli coni sectione, $k \omega$ quidem æquidistans est ipsi $a l$; $p i$ uero diametro æquidistat; secaturq; ab ipsa $k \omega$ in h ; & $a c$ æquidistat contingenti in p : necessarium est ipsam $p i$ ad $p h$ uel eandem proportionem habere, quam habet $n \omega$ ad ωo , uel maiorem. hoc enim iam demonstratum est.] *Vbi hoc demonstratum sit uel ab ipso Archimede, uel ab alio, numdum apparet, quocirca nos demonstrationem asseremus, posteaquam non nulla, quæ ad eam pertinent explicauerimus.* 10. quinti

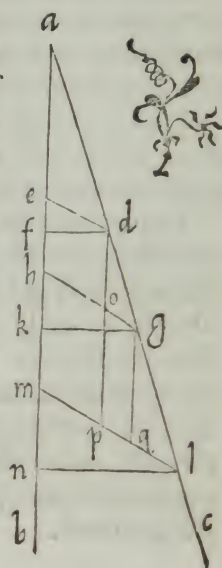
L E M M A I.

Sint lineæ $a b, a c$ angulum $b a c$ continentés: & à puncto d , quod in linea $a c$ sumptum sit, ducantur $d e, d f$ utrunque ad ipsam $a b$. Sumptis uero in eadem linea quotlibet punctis $g l$, ducantur $g h, l m$ ipsi $d e$ æquidistantes; & $g k, l n$ æquidistantes $f d$. deinde à punctis d, g usque ad lineam $m l$ ducantur, $d o p$ quidem secans $g h$ in o ; & $g q$, quæ æquidistat ipsi $b a$. Dico lineas, quæ inter æquidistantes ipsi $f d$ ad eas, quæ inter æquidistantes $d e$ interiiciuntur, uidelicet $k n$ ad $g q$, uel ad $o p$; $f k$ ad $d o$; & $f n$ ad $d p$ eandem inter se se proportionem habere: nempe eam, quæ habet $a f$ ad $a e$.

E 2

ARCHIMEDIS

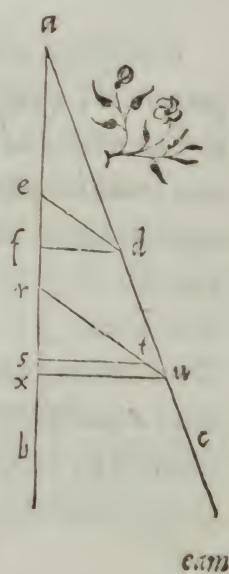
4. sexti. Quoniam enim triangula afd , akg , anl similia sunt; itemque similia efd , hkg , mnl : erit ut af ad fd , ita ak ad kg ; ut autem fd ad fe , ita kg ad kh . quare ex æquali ut af ad fe , ita ak ad kh : & per conuersionem rationis ut af ad ae , ita ak ad ah . eodem modo ostendetur, ut af ad ae , ita an ad am . cum igitur an ad am sit, ut ak ad ah ; erit reliqua kn ad reliquam hm , hoc est ad gq , uel op , ut an ad am ; hoc est ut af ad ae . rursum ak ad ah est, ut af ad ae . ergo reliqua fk ad eb reliquam, uidelicet ad do , ut af ad ae . Similiter demonstrabimus ita esse fn ad dp . quod quidem demonstrare oportebat.



LEMMA II.

Sint in eadem linea ab puncta duo r s ita disposita, ut as ad ar eandem proportionem habeat, quam af ad ae : & per r ducatur rt ipsi ed æquidistans; per s uero ducatur st æquidistans fd , ita ut cum rt in t puncto conueniat. Dico punctum t cadere in lineam ac .

Si enim fieri potest, cadat citra: & producat rt usque ad ipsam ac in u . deinde per u ducatur ux ipsi fd æquidistans. Itaque ex ijs , quæ proxime demonstrauimus ax ad ar



eam proportionem habebit, quam af ad ae . Sed & eandem habet
 as ad ar . quare as ipsi ax est aequalis, pars toti, quod fieri non
 potest. Idem absurdum sequetur, si ponamus punctum t cadere ul-
 tra lineam ac . necessarium igitur est, ut in ipsam ac cadat. quod
 demonstrandum proposuimus.

9. quinti

L E M M A I I I.

Sit parabola, cuius diameter ab : atque eam cōtingen-
 tes rectae lineae ac , bd ; ac quidem in puncto c , bd ue-
 ro in b : & per c ductis duabus lineis; quarum altera ce
 diametro æquidistat, altera cf æquidistat ipsi bd : suma-
 tur quod uis punctum g in diametro: fiatq; ut fb , ad
 bg , ita bg ad bh : & per gh ducantur gl , hm ,
 æquidistantes bd : per m uero ducatur mno ipsi ac
 æquidistans, quæ diametrum secet in o : & per n ducta
 np usque ad diametrum, ipsi bd æquidistat. Dico ho
 ipsius gb duplam esse.

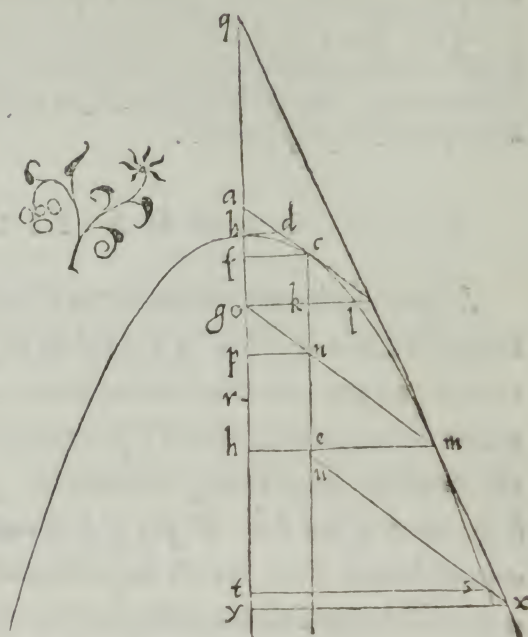
VEL igitur linea mno secat diametrum in g , uel in alijs pun-
 ctis: & si quidem secat in g , unum atque idem punctum duabus li-
 teris go notabitur. Itaque quoniam fc , pn , hm sibi ipsis æqui-
 distant: & ipsi ac æquidistant mno : sient triangula afc , opn ,
 ohm inter se similia. quare erit oh ad hm , ut af ad fc : & per-
 mutando oh ad af , ut hm ad fc . est autem quadratum hm ad
 quadratum gl , ut linea hb ad lineam bg , ex uigesima primi libri
 conicorum: & quadratum gl ad quadratum fc , ut linea gb ad
 ipsam bf : suntq; hb , bg , bf lineæ deinceps proportionales. er-
 go & quadrata hm , gl , fc , & ipsorum latera proportionalia
 erunt. atque idcirco ut quadratum hm ad quadratum gl , ita li-

4. sexti:

22. sexti.
cor. 20. se-
xti.

ARCHIMEDIS

nea h m ad li-
neam f c . at nero
ut h m ad f c , ita
o h ad a f : & ut
quadratum h m
ad quadratū g l ,
ita linea h b ad
b g ; hoc est b g
ad b f . ex quibus
sequitur o h ad
a f ita esse , ut b g
ad b f : & permu-
tando o h ad b g ,
ut a f ad f b . sed
est a f dupla ip-
sius f b : sunt enī
a b , b f æquales
ex 35 primi libri
conicorum . ergo
& h o ipsius g b
est dupla . quod demonstrare oportebat .



LEMMA IIII.

Iisdem manentibus, & à puncto m ducta m q usque ad diametrum, quæ sectionem in puncto m contingat; Dico h q ad q o eandem proportionem habere, quam habet g h ad c n.

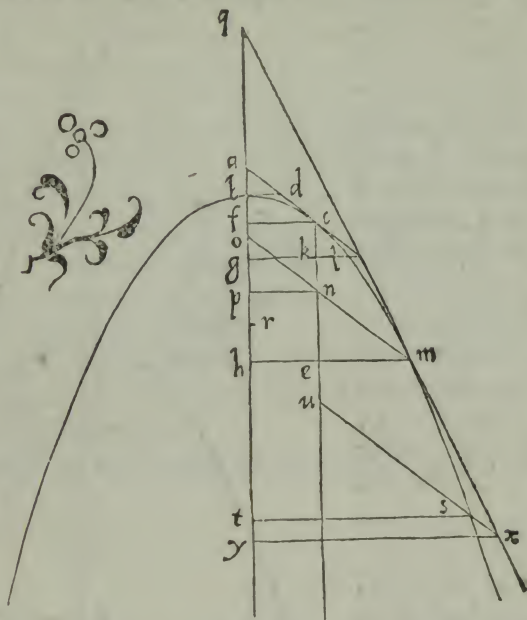
FIAT enim hr æqualis gf . & cum triangula $a f c$, $o p n$ simili sint, & $p n$ sit æqualis $f c$; eodem modo demonstrabimus $p o$, $f a$ inter se æquales esse. quare $p o$ ipsius $f b$ dupla erit. Sed est $h o$ dupla $g b$. ergo & reliqua $p b$ reliquæ $f g$; videlicet ipsius $r b$ est dupla

pla. ex quo fit ut pr, rh, fg inter se sint aequales; itémq; aequales
 rg, pf . est enim pg utrique rp, gf communis. Quoniam igitur
 hb ad bg est, ut
 gb ad bf ; per co
 uersionem ratio
 nis erit bh ad
 hg , ut bg ad gf .
 est autem qh ad
 hb , ut ho ad gb .
 nam ex 35 primi
 libri conicorum,
 cum linea qm co
 tingat sectionem
 in puncto m ; erit
 hb, bq aequales;
 & gh ipsius hb
 dupla. ergo ex a
 quali qh ad hg ,
 ut ho ad gf ; hoc
 est ad hr ; & per
 mutando qh ad
 ho , ut gh ad hr .

rursus per conuersionem rationis hq ad qo , ut hg ad gr ; hoc est
 pf ; & propterea ad ipsam cn , quod demonstrandum fuerat.

His igitur explicatis, iam ad id, quod propositum fue
 rat, accedamus. Itaque dico primum nc ad ck eandem
 proportionem habere, quam hg ad gb .

Quoniam enim hq ad qo est, ut hg ad cn , hoc est ad ao ipsi
 cn aequalem; erit reliqua gq ad reliquam qa , ut hq ad qo ; &
 ob eam causam linea $acgl$ producta ex ijs, quae supra demonstra
 nimus in linea qm conueniunt. Rursus gq ad qa est, ut hq ad



A R C H I M E D I S

2. lem.
4. lem.

q o; uidelicet ut *h g* ad *f p*: quod proxime demonstratum est. At
uero ipsi *g q* æquales sunt duæ lineæ simul sumptæ *q b*, hoc est *h b*,
& *b g*: atque ipsi *q a* æqualis est *h f*. Si enim ab æqualibus *h b*,
b q, æqualia *f b*,

ba demantur, re
manentia aequa
lia erunt . ergo
dempta h g ex
duabus lineis h
b, b g, relinqui
tur dupla ipsius
b g; hoc est o h:

19. quinti

& dempta p f e x
 f b , reliqua e s t
 h p . quare o h
 a d h p , e s t u t g q
 a d q a . S e d u t
 g q a d q a , i t a
 h q a d q o ; h o c
 e s t h g a d n c :

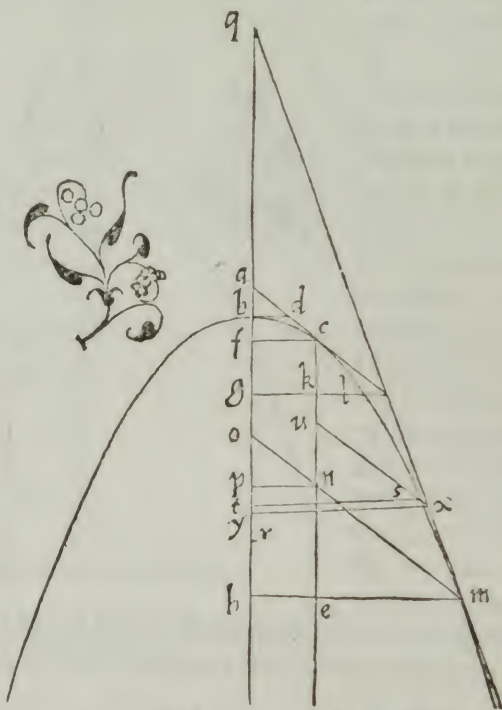
15. quin-
ti.

Et ut o b ad h p,
ita g b ad c k. est
enim o b dupla
g b, Et h p item
dupla g f; hoc est

c k. eandem igitur proportionem habet h g ad n c, quam g b ad c k; & permutando n c ad c k eandem habet, quam h g ad g b.

Sumatur deinde aliud quod uis punctum in sectione, quod sit s : & per s duæ lineæ ducantur: st quidem æquidistans ipsi db , diametrumq; in puncto t secans; su uero æquidistans ac , & secans ce in u . Dico uc ad ck maiorem proportionem habere, quam tg ad gb .

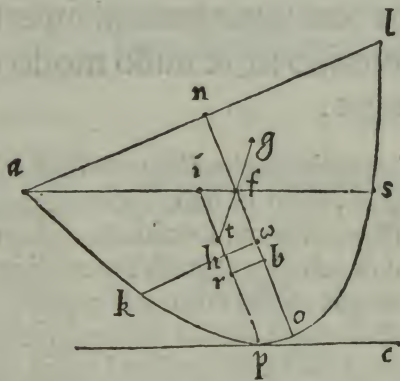
Produ



Producatur enim us ad lineam qm in x : & à puncto x ducatur ad diametrum xy ipsi bd æquidistans. erit gt minor quam gy , quoniam us minor est quam ux : & ex primo lemmate $y g$ ad uc erit, ut hg ad nc ; uidelicet ut gb ad ck , quod proxime demonstrauimus: & permutando $y g$ ad gb , ut uc ad ck . Sed $t g$ cum sit ipsa $y g$ minor, habet ad gb proportionem minorem, quam $y g$ ad eandem. ergo uc ad ck maiorem proportionem habet, quam $t g$ ad gb . quod demonstrasse oportuit. Itaque positione data $g K$ unum duntaxat erit in sectione punctum, uidelicet m , à quo ductis duabus lineis $me h$, mo , habeat nc ad ck proportionem eandem, quam hg ad gb . nam si ab alijs omnibus ducantur, semper ea, quæ inter $a c$, & lineam ipsi æquidistantem interijcitur, ad ck proportionem maiorem habebit, quam quæ inter $g K$ atque ei æquidistantem, ad ipsam gb . Constat igitur id, quod ab Archimede dictum est; nempe lineam pi ad ph uel eandem, quam no ad wo , uel maiorem habere proportionem.

Quare ph ipsius hi aut dupla est, aut minor quam dupla.] Si quidē minor, quam dupla, sit pt dupla ti . erit centrum grauitatis eius, quod in humido est, punctum t . si uero ph sit ipsius hi dupla, erit h grauitatis centrum: ductaq; hf , & producta ad centrum eius, quod est extra humidum, uidelicet ad g , alia similiter demonstrabuntur. atque idem intelligendum est in propositione, quæ sequitur.

Reuoluetur ergo solidum $ap o l$, & basis ipsius nullo



ARCHIMEDIS

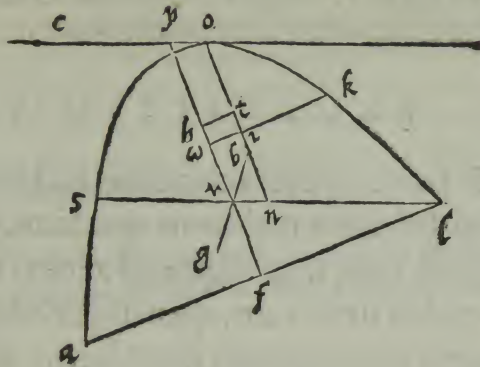
modo humidi superficiem continget.] In translatione legebatur ut basis ipsius non tangat superficiem humidi secundum unum signum. nos autem ita uertere maluimus, & hic & in ijs, quæ sequuntur, quoniam græci οὐδὲ ἔς, οὐδὲ ἐν, pro οὐδέας, & οὐδέ v̄ frequenter utitur. ut οὐδὲ ἐστὶν οὐδέας, nullus est: οὐδὲ ὅφ' ἐνός, à nullo & alia eiusmodi.

PROPOSITIO VII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, adeo ut basis ipsius tota sit in humido; nunquam consistet ita, ut basis contingat humidi superficiem: sed ut tota in humido sit, & nullo modo eius superficiem contingat.

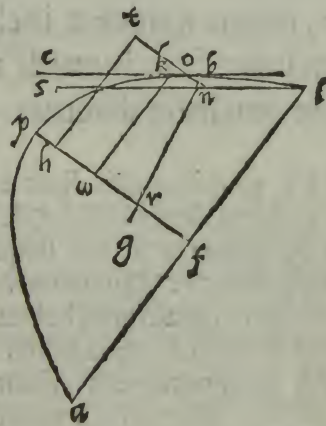
SIT portio qualis dicta est: & demittatur in humidū, ut diximus, adeo ut basis ipsius in uno puncto contingat humidi superficiem. Demonstrandum est non manere ipsam: sed reuolui ita ut basis superficiem humidi nullo modo contingat. Secta enim ipsa plano per axem, recto ad superficiem humidi, sectio sit a p o l rectanguli coni sectio: superficiem humidi sectio sit s l: axis portionis, & sectionis. diameter p f. seceturq; p f in r quidem ita ut r p sit dupla ipsius r f; in ω autem ut p f ad r ω proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: & ω k ipsi p f ad rectos angulos ducatur erit r ω minor, quàm quæ usque ad axem. Itaque accipiatur ei, quæ usque ad axem æqualis r h: & c o

& c o quidē
ducatur con-
tingēs sectio
nē in o, quæ
ipsi s l æqui-
distet; n o au-
tem æquidi-
stet p f: & pri-
mum ipsam
k w secet, at-
que in pūcto
i similiter ut
in superiori-



to. quinti

bus demonstrabitur n o, uel sesquialtera ipsius o i, uel
maior, quàm sesquialtera. Sit autem o i minor, quàm du-
pla ipsius i n: sitq; o b dupla b n: & disponantur eadem,
quæ supra. Similiter demonstrabimus, si ducatur linea r t,
facere eam angulos rectos cum linea c o, & cum superficie
humidi. quare à punctis b g lineæ ductæ ipsi r t æquidistā-
tes, etiā ad humidi superfi-
ciē perpēdiculares erunt.
portio igitur quæ est extra
humidū deorsum feretur
secundum eam perpendi-
cularem, quæ per b tran-
sit; quæ uero intra humi-
dum secundum eam, quæ
per g sursum feretur. ex
quibus constat reuolui so-
lidum, ita ut basis ipsius
nullo modo humidi super-
ficiem contingat: quo-
niam nunc in uno puncto
contingens deorsum fer-



F 2

ARCHIMEDIS

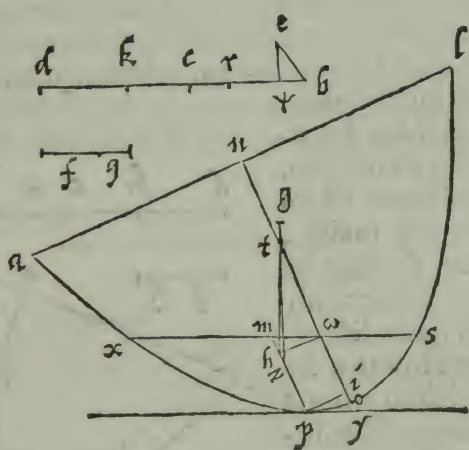
tur ex parte l. Quod si n o non secuerit ipsam ωk , eadem nihilominus demonstrabuntur.

PROPOSITIO VIII.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea, quam quadratum, quod sit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: demissa in humidum, ita ut basis ipsius humidum non contingat; neque in rectum restituetur, neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualē ei, de quo infra dicetur.

SIT portio qualis dicta est; sitque bd æqualis axi: & bk quidem dupla ipsius Kd : rK uero æqualis ei, quæ usque ad axem: & sit cb sesquialtera br . erit & cd ipsius Kr sesquialtera. Quam uero portionem habet portio ad humidum in grauitate, habeat quadratum fq ad quadratum db : & sit f dupla ipsius q . perspicuum igitur est fq ad db proportionem minorem habere ea, quam habet cb ad bd . est enim cb excessus, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem: quare fq minor est ipsa

ipſa b c: & idcirco f minor ipſa b r. ſit ipſi f æqualis r \downarrow : C
ducaturq; ad b d perpendicularis \downarrow e, quæ poſſit dimidiũ
eius, quod lineis k r, \downarrow b continetur: & iungatur b c. De-
monſtrandum eſt portionem in humidum demiffam, ſicu-
ti dictum eſt, conſiſtere inclinam ita, ut axis cum ſuperfi-
cie humidi angulum faciat angulo e b \downarrow æqualem. demit-
tatur enim aliqua portio in humidum, ut baſis ipſius hu-
midi ſuperficiem non contingat: & ſi fieri poteſt, axis cum
ſuperficie humidi non faciat angulum æqualem angulo
e b \downarrow ; ſed primo maiorem. ſecta autẽ portione plano per
axem, recto ad ſu-



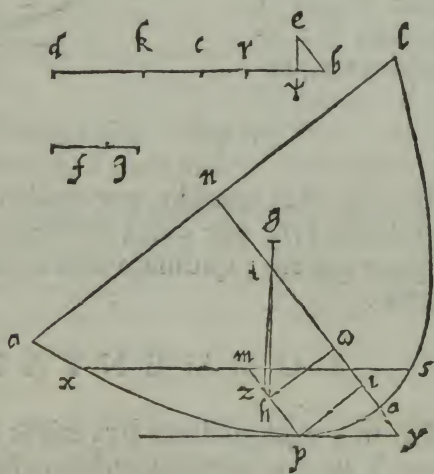
perpendicularis. ſit præterea b r æqualis o w. itemq; D
r k ipſi t a: & o h perpendicularis ad axem. Itaque quo-
niam ponitur axis portionis cum ſuperficie humidi facere
angulum maiorem angulo b: erit angulus p y i angulo b E
maior. maiorem ergo proportionem habet quadratum
p i ad quadratum y i, quam quadratum e \downarrow ad \downarrow b qua- F
dratum. Sed quam proportionem habet quadratum p i
ad quadratum i y, eandem linea k r habet ad lineam i y:

ARCHIMEDIS

13. quĩn-
ti.

M demonstrata est autem per h maiorem, quam f. constat igitur per m minorem esse, quam sesquialtera ipsius per h: & idcirco per h maiorem, quam duplicem h m. Sit per z ipsius z m duplicem, erit t quidem centrum gravitatis totius solidi: centrum

O

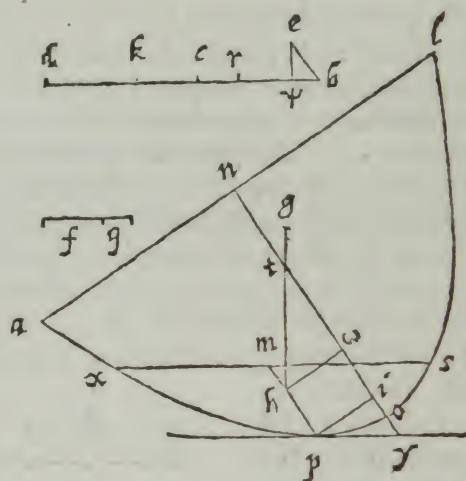


ARCHIMEDIS

tur centrum grauitatis eius, quæ extra humidum in pro-
 P tracta, quod sit g. Itaque per z g ductis perpendiculari-
 bus ad humidæ superficiem, quæ ipsi th æquidistant, sequi-
 tur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut a-
 xis cum superficie
 humidæ angulum
 faciat maiore eo,
 quem nunc facit.

Et quoniam cū
 antea posuissē
 facere angulū ma-
 iorem angulo b,
 portio neque tūc
 cōsistebat; perspi-
 cū est ipsam con-
 sistere, si angulum
 fecerit angulo b
 Q æqualem. Sic e-
 nim erit i o æqua-
 lis $\angle b$: itemq; ωi
 æqualis $\angle r$: & p h ipsi f. erit igitur m p sesquialtera p h;

& p h dupla h m. quare cum h sit centrum grauitatis eius
 partis, quæ est in humido, per eandem perpendicularem,
 & ipsa sursum, & quæ extra est feretur deorsum. mane-
 bit igitur portio; quoniam altera pars ab altera non re-
 pelletur.



COMMENTARIVS.

A ET sit ab sesquialtera br . erit & cd ipsius kr sesqui-
 altera.] In translatione ita legebatur. sit autem $\odot cb$ quidem
 hemiola ipsius br : cd autem ipsius Kr . Sed nos quod postremo
 loco legitur, idcirco corrigendum duximus, quoniam illud non po-
 nitur ita esse, sed ex qs , quæ posita sunt, necessario colligitur. si enim
 b k

b \downarrow dupla sit \downarrow *d*, erit *d* *b* ipsius *b* \downarrow sesquialtera. & quoniam *e* *b* sesquialtera est *b* *r*, sequitur reliquam *c* *d* ipsius \downarrow *r*, hoc est eius, quæ usque ad axem sesquialteram esse. quare *b* *c* erit excessus, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem.

19. quinti

Quare *f* *q* minor est ipsa *b* *c*.] Nam cum portio ad humidum in granitate proportionem habeat eandem, quàm quadratum *f* *q* ad quadratum *d* *b*: habeatq; minorem proportionem, quàm quadratum factum ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum ab axe; hoc est minorem, quàm quadratum *c* *b* ad quadratum *b* *d*: ponitur enim linea *b* *d* æqualis axi: quadratum *f* *q* ad quadratum *d* *b* proportionem minorem habebit, quàm quadratum *c* *b* ad idem *b* *d* quadratum. ergo quadratum *f* *q* minus erit quadrato *c* *b*: & propterea linea *f* *q* ipsa *b* *c* minor.

B

8. quinti.

Et idcirco *f* minor ipsa *b* *r*.] Quoniam enim *c* *b* sesquialtera est *b* *r*, & *f* *q* ipsius *f* sesquialtera: estq; *f* *q* minor *b* *c*; & *f* ipsa *b* *r* minor erit.

C

14. quinti.

Itaque quoniam ponitur axis portionis cum superficie humidi facere angulum maiorem angulo *b*: erit angulus *p* *y* *i* angulo *b* maior.] Nam cum linea *p* *y* superficiem humidi æquidistet; uidelicet ipsi *x* *s*: angulus *p* *y* *i* æqualis erit angulo, qui diametro portionis *n* *o*, & linea *x* *s* continetur. quare & angulo *b* maior erit.

D

29. primi

Maiorem igitur proportionem habet quadratum *p* *i* ad quadratum *i* *y*, quàm quadratum *e* \downarrow ad \downarrow *b* quadratū.] Describantur seorsum triangula *p* *i* *y*, *e* \downarrow *b*, & cum angulus *p* *y* *i* maior sit angulo *e* \downarrow *b*, ad lineam *i* *y*, atque ad punctum *y* in ea datum fiat angulus *u* *y* *i* æqualis angulo *e* \downarrow *b*. est autem angulus ad *i* rectus æqualis recto ad \downarrow . reliquus igitur *y* *u* *i* reliquo *b* *c* \downarrow est æqualis. quare linea *u* *i* ad lineam *i* *y* eandem proportionem habet, quàm linea *e* \downarrow ad \downarrow *b*. Sed linea *p* *i*, quæ maior est ipsa *u* *i* ad lineam *i* *n* maiorem habet proportionem quàm *u* *i* ad eandem. ergo *p* *i* ad *i* *y* maiorem proportionem habebit, quàm *e* \downarrow ad \downarrow *b*: & propterea quadratum *p* *i* ad quadratum *i* *y* maiorem habebit, quàm

E

4. sexti.

8. quinti:

13. quinti.

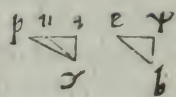
ti.

G

ARCHIMEDIS

Quadratum $e \downarrow$ ad quadratum $\downarrow b$.

F Sed quam proportionem habet quadratum $p i$ ad quadratum $i y$, eandem linea $k r$ habet ad lineam $i y$.] Est enim ex undecima primi conicorum quadratum $p i$ aequale



le rectangulo contento linea $i o$, & ea, iuxta quam possunt quæ a sectione ad diametrum ducuntur, uidelicet dupla ipsius $k r$. atque est $i y$ dupla $i o$, ex trigesima tertia eiusdem; quare ex decima sexta sexti elementorum, rectangulum, quod sit ex $k r$, & $i y$ aequale est rectangulo contento linea $i o$ & ea, iuxta quam possunt: hoc est quadrato $p i$. Sed ut rectangulum ex $k r$, & $i y$ ad quadratum $i y$, ita linea $k r$ ad ipsam $i y$. ergo linea $k r$ ad $i y$ eandem proportionem habebit, quam rectangulum ex $k r$ & $i y$, hoc est quadratum $p i$ ad quadratum $i y$.

lem. 22.
decimi.

G Et quam proportionem habet quadratum $e \downarrow$ ad quadratum $\downarrow b$, eandem habet dimidium lineæ $K r$ ad lineam $\downarrow b$.]

Nam cum quadratum $e \downarrow$ positum sit aequale dimidio rectanguli contenti linea $k r$, & $\downarrow b$; hoc est ei, quod dimidia ipsius $k r$ & linea $\downarrow b$ continetur: & ut rectangulum ex dimidia $k r$, & $\downarrow b$ ad quadratum $\downarrow b$, ita sit dimidia $k r$ ad lineam $\downarrow b$: habebit dimidia $k r$ ad $\downarrow b$ proportionem eandem, quam quadratum $e \downarrow$ ad quadratum $\downarrow b$.

lem. 22.
decimi

H Et idcirco $i y$ minor est, quam dupla $\downarrow b$.] Quam enim proportionem habet dimidium $k r$ ad $\downarrow b$, habeat $k r$ ad aliam lineam. erit ea maior, quam $i y$; nempe ad quam $k r$ minorem proportionem habet: atque erit dupla $\downarrow b$. ergo $i y$ minor est, quam dupla $\downarrow b$.

10. quinti

K Et $i \omega$ maior, quam $\downarrow r$.] Cum enim $o \omega$ posita sit æqualis $b r$ si ex $b r$ dematur $\downarrow b$, & ex $o \omega$ dematur $o i$, quæ minor est $\downarrow b$: erit reliqua $i \omega$ maior reliqua $\downarrow r$.

L Atque ideo $f q$ æqualis est ipsi $p m$.] Ex decima quarta quinti elementorum, nam linea $o n$ ipsi $b d$ est æqualis.

M Demonstrata est autem $p h$ maior, quam f .] Etenim demonstrata est $i \omega$ maior, quam f ; atque est $p h$ æqualis ipsi $i \omega$.

N Eodem modo demonstrabitur $t h$ perpendicularis ad humidi

humidi superficiem.] Est enim $t\omega$ æqualis κr , hoc est ei, quæ usque ad axem. quare ex ijs, quæ superius demonstrata sunt, linea th ducta erit ad humidi superficiem perpendicularis.

Minorem igitur proportionem habet quadratum $p i$ O ad quadratum $i y$, quàm quadratum $e \downarrow$ ad $\downarrow b$ quadratū] Hæc & alia, quæ sequuntur, tum in hac, tum in sequenti propositione non alio, quàm quo supra modo demonstrabimus.

Itaque per $z g$ ductis perpendicularibus ad humidi superficiem, quæ ipsi th æquidistant; sequitur portionem ipsam non manere, sed reuolui adeo, ut axis cum superficie humidi angulum faciat maiorem eo, quem nunc facit.] Nam cum perpendicularis, quæ per g , ducitur ad eas partes cadat, in quibus est l ; quæ autem per z ad eas in quibus a : necessarium est centrum g deorsum ferri, & z sursum. quare partes solidi, quæ sunt ad l deorsum; quæ uero ad a sursum ferentur, ut axis cum superficie humidi maiorem angulum contineat.

Sic enim erit $i o$ æqualis $\downarrow b$, iteq; ωi æqualis $\downarrow r$, & $p h$ Q ipsi f .] Hoc in tertia figura, quam nos addidimus, perspicue apparet,

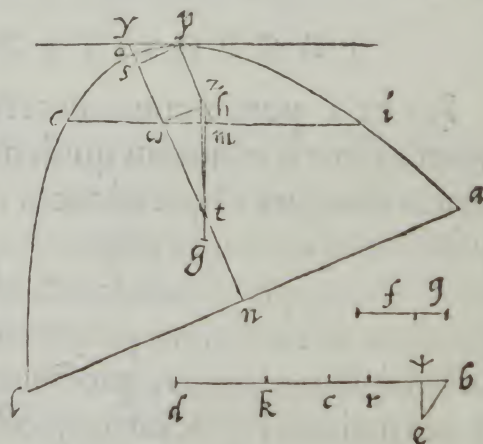
PROPOSITIO IX.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit maiorem quidem, quàm sesquialterum eius, quæ usque ad axem; minorem uero, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor; & in gravitate ad humidum proportionem habeat maiorem, quàm excessus, quo quadratum, quod fit ab axe maius est quadrato, quod ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usq; ad axem, habet ad quadratum, quod ab axe: in hu-

G 2

midum demissa adeo, ut basis ipsius tota sit in li-
mido, & posita inclinata, nec conuertetur ita, ut
axis ipsius secundum perpendicularem sit, nec ma-
nebit inclinata, nisi quando axis cum superficie li-
midi angulum fecerit æqualem angulo similiter
ut prius, assumpto.

SIT portio, qualis dicta est: ponaturq; d b æqualis axi
 portionis: & b k quidem sit dupla ipsius k d; kr autem
 æqualis ei, quæ usque ad axem. & c b sesquialtera b r.
 Quam uero proportionem habet portio ad humidum in
 granitate, eam habeat excessus, quo quadratum b d ex-
 cedit quadratum fq, ad ipsum b d quadratum: & sit f ipsius
 q dupla. constat igitur excessum, quo quadratum b d ex-
 cedit quadratum
 b c ad quadratum
 b d, minorem ha-
 bere proportio-
 nem, quam exces-
 sus, quo quadratū
 b d excedit qua-
 dratum fq ad b d
 quadratum. est e-
 nim b c excessus
 quo axis portiois
 maior est, quā ses-
 quialter eius, quæ
 usque ad axem.
 quare quadratum
 b d magis excedit



quadratum $f q$, quàm $b c$ quadratum: & idcirco linea $f q$
minor est, quàm $b c$: itemq; f minor, quàm $b r$. Sit ipsi f
aqua

æqualis $r\downarrow$: & ducatur $\downarrow r$ perpendicularis ad $b\downarrow d$, quæ
 possit dimidium eius, quod ipsis $k\downarrow r, \downarrow b$, continetur. Dico
 portionem in humidum demissam adeo, ut basis ipsius to-
 ta sit in humido, ita consistere, ut axis cum superficie humi-
 di faciat angulum angulo b æqualem. Demittatur enim
 portio in humidum, sicuti dictum est; & axis cum humidi
 superficie non faciat angulum æquale ipsi b , sed primo ma-
 iorem: secta autem ipsa plano per axem, recto ad superfi-
 ciem humidi, sectio portionis sit $a\downarrow p\downarrow o\downarrow l$ rectanguli coni se-
 ctio; superficiem humidi sectio $c\downarrow i$; sitq; axis portionis, & se-
 ctionis diameter $n\downarrow o$, quæ secetur in punctis $z\downarrow t$, ut prius: &
 ducantur $y\downarrow p$ quidem ipsi $c\downarrow i$ æquidistans, contingensq; se-
 ctionem in p ; $m\downarrow p$ uero æquidistans $n\downarrow o$: & $p\downarrow s$ ad axem
 perpendicularis. Quoniam igitur axis portionis cum su-
 perficie humidi facit angulum maiorem angulo b ; erit &
 angulus $s\downarrow y\downarrow p$ angulo b maior. quare quadratum $p\downarrow s$ ad
 quadratum $s\downarrow y$ maiorem habet proportionem, quam qua-
 dratum $\downarrow e$ ad quadratum $\downarrow b$: & propterea $k\downarrow r$ ad $s\downarrow y$ ma-
 iorem habet, quam dimidium ipsius $k\downarrow r$ ad $\downarrow b$. ergo $s\downarrow y$
 minor est, quam dupla $\downarrow b$; & $s\downarrow o$ minor, quam $\downarrow b$. quare
 $s\downarrow z$ maior, quam $r\downarrow \downarrow$; & $p\downarrow h$ maior, quam f . Itaque quoniã
 portio ad humidum in gravitate eam habet proportionẽ,
 quam excessus, quo quadratum $b\downarrow d$ excedit quadratum $f\downarrow q$
 ad quadratum $b\downarrow d$: quam uero proportionem habet por-
 tio ad humidum in gravitate, eandem pars ipsius demersa
 habet ad totam portionẽ: sequitur partẽ demersam ad to-
 tam portionem, eam proportionem habere, quã excessus,
 quo quadratum $b\downarrow d$ excedit quadratũ $f\downarrow q$, ad quadratũ $b\downarrow d$.
 habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum
 proportionem eandem, quam quadratum $b\downarrow d$ ad quadra-
 tum $f\downarrow q$. Sed quam proportionem habet tota portio ad eã,
 quæ est extra humidum, eandem habet quadratum $n\downarrow o$ ad
 quadratum $p\downarrow m$. ergo $p\downarrow m$ ipsi $f\downarrow q$ æqualis erit. demonstra-
 ta est autem $p\downarrow h$ maior, quam f : quare $m\downarrow h$ minor erit,

B

C

D

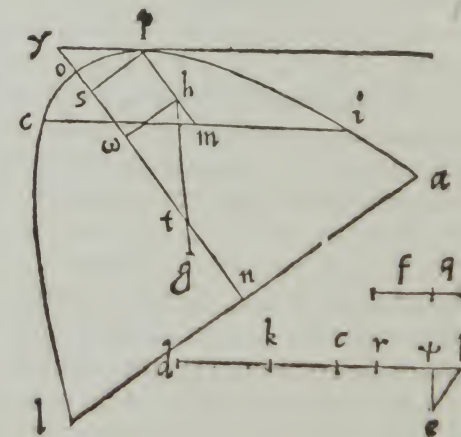
E

ARCHIMEDIS

quàm q ; & p h maior, quàm dupla h m . Sit igitur.

p z dupla ip-
sius z m : & iun-
cta z t produca-
tur ad g . erit
totius quidem
portionis gra-
uitatis centrū
t : eius, quæ est
extra humidū
z : reliquæ uero
partis, quæ in
humido , cen-
trum erit in li-
nea z t produ-
cta ; quod sit g .
demonstrabitur
similiter , ut
prius , t h per-
pēdicularis ad
superficiem hu-
midi : & quæ
per z , g ducun-
tur æquidistan-
tes ipsi t h , ad
eandem perpē-
diculares. ergo
portio, quæ est
extra humidū
deorsum fere-
tur secundum
eam quæ per z
transit ; quæ ue-
ro intra secun-

The image contains two identical geometric diagrams, one above the other. Each diagram depicts a curved, horn-like shape. A horizontal line segment is at the top, with points labeled γ , o , p , h , z , i , and a . A diagonal line segment runs from the bottom left to the top right, with points labeled l , d , n , t , g , and a . Inside the shape, several lines connect points: h to z , z to m , m to i , i to a , a to n , n to t , t to g , g to c , c to s , s to w , and w to h . Below each diagram is a horizontal line with tick marks. The top diagram's scale has labels a , k , c , r , and b , with a point e below the line. The bottom diagram's scale has labels a , k , c , r , and b , with a point e below the line. To the right of each scale is a small vertical line segment labeled e .



dum

dum eam, quæ per g sursum eleuabitur. non igitur manebit portio sic inclinata, nec conuertetur ita, ut axis ad superficiem humidi sit perpendicularis: quoniam quæ ex parte 1 F deorsum; quæ uero ex parte a sursum ferentur, ut ex iam demonstratis apparere potest. Quod si axis cum superficie humidi fecerit angulum minorem angulo b, similiter demonstrabitur, non manere portionem, sed inclinari, donec utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem. G

COMMENTARIUS.

QVARE quadratum bd magis excedit quadratum A fq, quàm bc quadratum: & idcirco linea fq minor est, quàm bc: itemq; f minor quam br.] Quoniam excessus, quo quadratum bd excedit quadratum bc ad quadratum bd minorem proportionem habet, quàm excessus, quo quadratum bd excedit quadratum fq, ad idem quadratum: erit ex octaua quinti excessus, quo quadratum bd excedit quadratum bc, minor quàm excessus, quo excedit quadratum fq. ergo quadratum fq minus est quadrato bc: & propterea linea fq minor linea bc. Sed fq ad f eandem proportionem habet, quàm bc ad br; utraque enim utriusque sesquialtera est. cum 14 quinti igitur fq sit minor bc, & f ipsa br minor erit.

Et propterea kr ad sy maiorem habet, quàm dimidium B ipsius kr ad \downarrow b.] Est enim kr ad sy, ut quadratum ps ad quadratum sy: & dimidium lineæ Kr ad lineam \downarrow b, ut quadratum e \downarrow ad quadratum \downarrow b.

Et so minor quàm \downarrow b] Est enim sy dupla ipsius so. C

Et ph maior, quàm f.] Nam ph est æqualis f ω , & r \downarrow D ipsi f.

Habebit ergo tota portio ad eam, quæ est extra humidum proportionem eandem, quam quadratum bd ad quadratum fq.] Cum pars demersa ad totam portionem ita sit, ut excessus, quo quadratum bd excedit quadratum fq ad bd quadratū: E

ARCHIMEDIS

erit conuertendo tota portio ad partem ipsius demersam, ut quadratum bd ad excessum, quo quadratum fq excedit. quare per conuersionem rationis tota portio ad eam, quæ extra humidum est ut quadratum bd ad quadratum fq : nam quadratum bd tanto maius est excessu, quo excedit quadratum fq , quantum est ipsum fq quadratum.

F Quoniam quæ ex parte l deorsum, quæ uero ex parte a sursum ferentur.] Hæc nos ita correximus, nam in translatione mendose, ut opinor, legebatur, quoniam quæ ex parte l ad superiora ferentur, perpendicularis enim quæ transit per z ad partes l , & quæ per g ad partes a cadit. quare centrum z unâ cum partibus ijs, quæ sunt ad l deorsum feretur, centrum uero g unâ cum partibus quæ ad a sursum.

G Similiter demonstrabitur non manere portionem, sed inclinari, donèc utique axis cum superficie humidi faciat angulum angulo b æqualem.] Illud uero tum ex ijs, quæ in antecedenti dicta sunt, tum ex figuris, quas apposuius, facile demonstrari potest.

PROPOSITIO X.

RECTA portio conoidis rectanguli, quando leuior humido axem habuerit maiorem, quàm ut ad eam, quæ usque ad axem proportionem habeat, quam quindecim ad quatuor: in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum: non nunquam quidem recta consistet; non
A nonnunquam inclinata: & interdum adeo inclinata,
B ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi: idq; in duabus dispositionibus:
interdum

ARCHIMEDIS

K dem circa e z diametrum; a t d uero circa diametrum t h;
L quæ similes sint portioni a b l. transibit igitur a e i coni
sectio per K: & quæ ab r ducta est perpendicularis ad b d,
ipsam a e i secabit. secet in punctis y g: & per y g ducan
tur ipsi b d æquidistantes p y q, o g n, quæ secent a t d in
f x. ducantur postremo, & p x, o φ contingentes sectionē
M a p o l in punctis p o. cū ergo tres portiones sint a p o l,
a e i, a t d, contentæ rectis lineis, & rectangulorum cono
rum sectionibus; rectæq, similes, & inæquales, quæ contin
gunt se se super unamquamque basim: à puncto autem n
sursum ducta sit n x g o; & à q ipsa q f y p: habebit o g ad
g x proportionem compositam ex proportionē, quam ha
bet i l ad l a; & ex proportionē, quam a d habet ad d i.
Sed i l ad l a

eadem ratione ostēdetur p y ipsius y f dupla. Itaque quoniam d s sesquialtera est ipsius k r; erit b s excessus, quo axis est maior, quā sesquialter eius, quæ usque ad axem. Si igitur portio ad humidū in gravitate eā habet proportionem, quam quadratum, quod fit à linea b f ad quadratum, quod à b d, aut maiorem; in humidum demissa, ita ut basis ipsius non contingat humidum, recta consistet. demonstratum est enim superius, portionem, cuius axis est maior, quā sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad humidum in gravitate non minorem proportionem habeat, quā quadratum, quod fit ab excessu, quo axis maior est, quā sesquialter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum; quod ab axe; demissam in humidum, ita ut dictum est, rectam consistere.

C O M M E N T A R I V S.

QVAE hac decima propositione continentur, Archimedes in quinque partes dissectuit, & singulas seorsum demonstravit.

Nonnunquam quidem recta consistat.] *Hæc est prima pars, cuius demonstrationem statim subiungit.* A

Et interdum adeo inclinata, ut basis ipsius in uno puncto contingat superficiem humidi; idq; in duabus dispositionibus.] *Demonstratum est illud in tertia parte.* B

Interdum ita, ut basis in humidum magis demergatur.] *Pertinet id ad quartam partem.* C

Interdum uero ita, ut superficiem humidi nullo modo contingat.] *Hoc duobus item modis fit, quorum unus in secunda, alter in quarta parte explicatur.* D

Secundum proportionem, quam habet ad humidum in gravitate.] *In translatione ita legebatur, quam autem proportionem habet ad humidum in gravitate.* E

Constat igitur k c maiorem esse, quā quæ usque ad axem.] *Nam cum b d ad k c eandem habeat proportionem, quam* F

H 2

ARCHIMEDIS

10. quinti quindecim ad quatuor; & ad eam, quæ usque ad axem maiorem proportionem habeat: erit quæ usque ad axem minor ipsa $k c$.

G Sit ei, quæ usque ad axem æqualis $k r$.] Hac nos addidimus, quæ in translatione non erant.

H Est autem & $s b$ sesquialtera ipsius $b r$.] Ponitur enim $d b$ sesquialtera ipsius $b k$; itemq; $d s$ sesquialtera $k r$. quare ut tota $d b$ ad totam $b K$, ita pars $d s$ ad partem $K r$. ergo & reliqua $s b$ ad reliquum $b r$, ut $d b$ ad $b k$.

19. quinti K Quæ similes sint portioni $a b l$.] Similes portiones coni sectionum Apollonius ita diffiniuit in sexto libro conicorum, ut scribit Eutocius, ἐν οἷς ἁ χεῖρῶν ἐν ἑκάστῳ παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλεῖον, αἱ παραλλήλων, καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνόμενας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς ἐν τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἶσι, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνόμενας; hoc est. in quibus si ducantur lineæ æquidistantes basi numero æquales: æquidistantes atq; bases ad partes diametrorum, quæ ab ipsis ad uerticem abscinduntur, eandem proportionem habent: itemq; partes abscissæ ad abscissas. ducuntur autem lineæ basi æquidistantes: ut opinor, descripta in singulis plane rectilinea figura, quæ lateribus numero æqualibus contineatur. Itaq; portiones similes à similibus coni sectionibus abscinduntur: & earum diametri siue ad bases rectæ, siue cum basibus æquales angulos facientes, ad ipsas bases eandem habent proportionem.

2. quinti. L Transibit igitur $a e i$ coni sectio per k .] Si enim fieri potest non transeat per k , sed per aliud punctum lineæ $d b$, ut per u . Quoniam igitur in rectanguli coni sectione $a e i$, cuius diameter $e z$, ducta est $a e$, & producta: & $d b$ diametro æquidistans utraq; $a e$, $a i$ secat; $a e$ quidem in b , $a i$ uero in d : habebit $d b$ ad $b u$ proportionem eandem, quam $a z$, ad $z d$, ex quarta propositione libri Archimedis de quadratura parabolæ. Sed $a z$ sesquialtera est ipsius $z d$: est enim ut tria ad duo, quod mox demonstrabimus. ergo $d b$ sesquialtera est ipsius $b u$. est autē $d b$ & ipsius $b k$ sesquialtera. quare lineæ $b u$, $b k$ inter se æquales sunt; quod fieri non potest. rectanguli igitur coni sectio $a e i$ per punctum k transibit. quod demonstrare uolebamus.

Cum

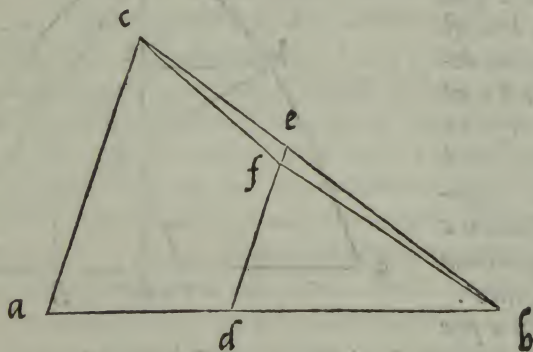
Cum ergo tres portiones sint $a p o l$, $a e i$, $a t d$, contentæ rectis lineis, & rectagulorum conorum sectionibus; rectæq; similes, & inæquales, quæ contingunt se se super unam quamque basim.] Post ea uerba, super unamquamque basim, in translatione aliqua desiderari uidentur. Ad horum autem demonstrationem non nulla præmittere oportet, quæ etiam ad alia, quæ sequuntur, necessaria erunt.

L E M M A I.

Sit recta linea $a b$, quam secent duæ lineæ inter sese æquidistantes $a c$, $d e$, ita ut quam proportionem habet $a b$ ad $b d$, eandem habeat $a c$ ad $d e$. Dico lineam, quæ $c b$ puncta coniungit, etiam per ipsum e transire.

SI enim fieri potest, non transeat per e , sed nel supra, uel infra. transeat primum infra, ut per f . erunt triangula $a b c$, $d b f$ inter se similia. quare ut $a b$ ad $b d$, ita $a c$ ad $d f$. sed ut $a b$ ad $b d$, ita erat $a c$ ad $d e$. ergo $d f$ ipsi $d e$ æqualis erit, uidelicet pars tota, quod est absurdum.

Idem absurdum sequetur, si linea $c b$ supra e punctum transire ponatur. quare $c b$ etiam per e necessario transibit. quod oportebat demonstrare.



4. sexti:
9. quinti.

ARCHIMEDIS

LEMMA II.

Sint duæ portionis similes, contentæ rectis lineis, & rectangulorum conorum sectionibus; abc quidem maior, cuius diameter bd ; efc uero minor, cuius diameter fg : aptenturq; inter sese, ita ut maior minorem includat & sint earum bases ac , ec in eadem recta linea, ut idē punctum c sit utriusque terminus: sumatur deinde in sectione abc quodlibet punctum h : & iungatur hc . Dico lineam hc ad partem sui ipsius, quæ inter c , & sectionem efc interiicitur, eam proportionē habere, quam habet ac ad ce .

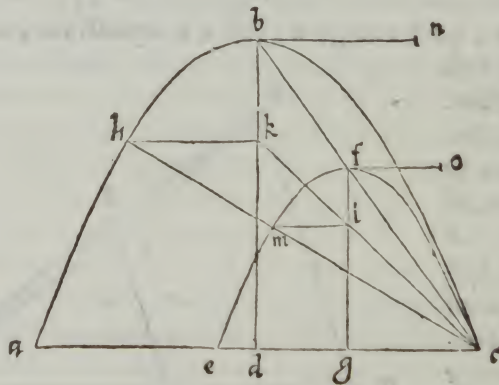
DUCATUR bc , quæ transibit per f . quoniam enim portiones similes sunt, diametri cū basibus æquales continent angulos. quare æquidistant inter sese bd , fg : estq; bd ad ac , ut fg ad ec :

15. quin-
ti.

& permutando bd ad fg , ut ac ad ce : hoc est ut earum dimidiæ d ad c g. ergo ex antecedenti lēmate sequitur lineā bc per punctum f transire.

Ducatur præ-

tereā à puncto b ad diametrum bd lineā hk , æquidistans basi ac : & iuncta kc , quæ diametrum fg secet in l ; per l ducatur ad



ad sectionem e f g ex parte e linea l m, eidem a c basi æquidi-
 stans. Sit autem sectionis a b c, linea b n iuxta quam possunt, quæ
 à sectione ducuntur: & sectionis e f c sit ipsa f o. quoniam igitur
 triangula c d b, c f g similia sunt, erit ut b c ad c f, ita d c
 ad c g; & b d ad f g. rursus quoniam triangula c k b, c l f etiã
 inter se sunt similia, ut b c ad c f, hoc est ut b d ad f g, ita erit k c
 ad c l; & b k ad f l. quare K c ad c l, & b k ad f l sunt ut d c
 ad c g: hoc est ut earum duplæ a c ad c e. sed ut b d ad f g, ita d c
 ad c g; hoc est a d ad e g: & permutado ut b d ad a d, ita f g ad e g.
 quadratum autem a d æquale est rectangulo d b n ex undecima pri-
 mi conicorum. ergo tres lineæ b d, a d, b n inter se sunt proportio-
 nales. eadem quoque ratione cum quadratum e g æquale sit rectan-
 gulo g f o, tres aliæ lineæ f g, e g, f o, deinceps proportionales
 erunt. & ut b d ad a d, ita f g ad e g. quare ut a d ad b n, ita e g
 ad f o. ex æquali igitur, ut d b ad b n, ita g f ad f o: & permu-
 tando ut d b ad g f, ita b n ad f o. ut autem d b ad g f, ita b k
 ad f l. ergo b k ad f l, ut b n ad f o: & permutando, ut b k ad
 b n, ita f l ad f o. Rursus quoniam quadratū h K æquale est rectan-
 gulo k b n: & quadratum m l rectangulo l f o æquale: erunt tres
 lineæ b k, k h, b n proportionales: itēmq; proportionales inter se
 f l, l m, f o. quare ut linea b K ad lineam b n, ita quadratum b K
 ad quadratum h k: & ut linea f l ad ipsam f o, ita quadratū f l
 ad quadratum l m. Itaque quoniam, ut b K ad b n, ita est f l ad
 f o; erit ut quadratum b K ad quadratum k h, ita quadratum f l
 ad l m quadratum. ergo ut linea b k, ad lineam K h, ita linea f l
 ad ipsā l m: & permutado ut b k ad f l, ita k h ad l m. sed b k ad
 f l erat ut k c ad c l. ergo k h ad l m, ut K c ad c l. quare ex eo
 dem lemmate patet lineam h c, & per m punctum transire. ut igitur
 K c ad c l: hoc est ut a c ad c e, ita h c ad c m; hoc est ad eam
 ipsius partem, quæ inter c, & e g c sectionem interycitur. similiter
 demonstrabimus idem contingere in alijs lineis, quæ à puncto c ad
 a b c sectionem perducuntur. At uero b c ad e f eandem propor-
 tionem habere, liquido apparet; nam b c ad c f, est ut d c ad c g;
 uidelicet ut earum duplæ, a c ad c e.

4. sexti.

15. quin-
ti.

17. sexti.

11. primi
conicorūcor. 20. se-
xti.

22. sexti

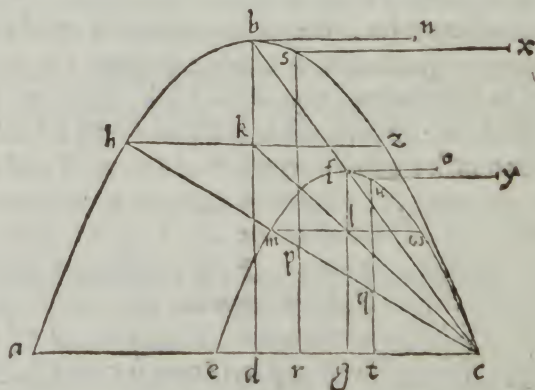
ARCHIMEDIS

Ex quibus perspicuum est lineas omnes sic ductas ab ipsis sectionibus in eandem proportionem secari. est enim diuidendo, conuertendoq; cm ad mb , & cf ad fb , ut ce ad ea .

LEMMA III.

Sed illud constare potest; lineas, quæ in portionibus eiusmodi similibus ita ducuntur, ut cû basibus æquales angulos contineant, ab ipsis similes quoque portiones abscindere: hoc est, ut in proposita figura, portiones hbc , mfc , quas lineæ ch , cm abscindunt, etiam inter se similes esse.

DIVIDANTVR enim ch , cm bifariam in punctis p q : & per ipsa ducantur lineæ rps , tqu diametris æquidistantes. erit portio-
nis hs c diameter ps , & portio-
nis mu c diameter qu . Itaque fiat
ut quadratum cr ad quadratum $c p$, ita linea bn ad aliam lineam,
quæ sit sx : & ut quadratum ct ad quadratum $c q$, ita fiat fo ad
 $u y$. iam ex ijs
quæ demonstra-
uimus in com-
mentarijs in
quartam pro-
positione Ar-
chimedidis de co-
noidibus, &
spheroidibus,
patet quadra-
tum $c p$ æqua-
le esse rectan-
gulo psx :



ဒါနံ;

itemq; quadratum cq aequale rectangulo quy , hoc est sectionum
 hsc , in lineas sx, uy , eas esse, iuxta quas possint, quae a sectio-
 ne ad diametrum ducuntur. sed cum triangula cpr, cqt similia sint, 22. sexti
 habebit cr ad cp eandem proportionem, quam ct ad cq : & id-
 circo quadratum cr ad quadratum cp eandem habebit, quam
 quadratum ct ad quadratum cq . ergo & linea bn , ad lineam
 sx ita erit, ut linea fo ad ipsam uy . erat autem hc ad cm , ut ac
 ad ce . quare & earum dimidia cp ad cq , ut ad ad eg : &
 permutando cp ad ad , ut cq ad eg . Sed ostensum est ad ad bn
 ita esse, ut eg ad fo : & bn ad sx , ut fo ad uy . ergo ex
 aequali cp ad sx erit, ut cq ad uy . Quod cum quadratum cp aequa-
 le sit rectangulo psx & quadratum cq rectangulo quy , erunt
 tres lineae sp, pc, sx proportionales; itemq; proportionales ip-
 sae uq, qc, uy . quare & sp ad pc , ut uq ad qc : & ut pc ad
 ch , ita qc ad cm . ex aequali igitur ut portiois hsc diameter sp
 ad eius basim ch , ita portiois mus diameter uq ad basim cm .
 & anguli, quos diametri cum basibus continent, sunt aequales, quod
 lineae sp, uq sibi ipsis aequidistant. ergo & portiones hsc, muc
 inter se similes erunt. id quod demonstrandum proponebatur.

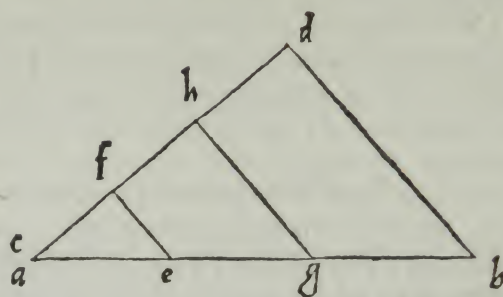
L E M M A I I I I.

Sint duae lineae ab, cd , quae secantur in punctis e, f ,
 ita ut quam proportionem habet ae ad eb , habeat cf
 ad fd : rursus secantur in aliis duobus punctis g, h ; &
 habeat ch ad hd eandem proportionem, quam ag ad
 gb . Dico cf ad fh ita esse, ut ae ad eg .

QVONIAM enim ut ae ad eb , ita cf ad fd , erit componen-
 do ut ab ad eb , ita cd ad fd . Rursus cum sit ut ag ad gb , ita
 ch ad hd ; componendo, conuertendoq; ut gb ad ab , ita erit hd
 ad cd . ergo ex aequali, conuertendoq; ut eb ad gb , ita fd ad hd :
 I

ARCHIMEDIS

Et per conuer-
sionem rationis
ut eb ad eg ,
ita fd ad fb .
est autem ut ae
ad eb , ita cf
ad fd . ex aequa-
li igitur ut ae
ad eg , ita cf
ad fb .



2. sexti:
30. primi

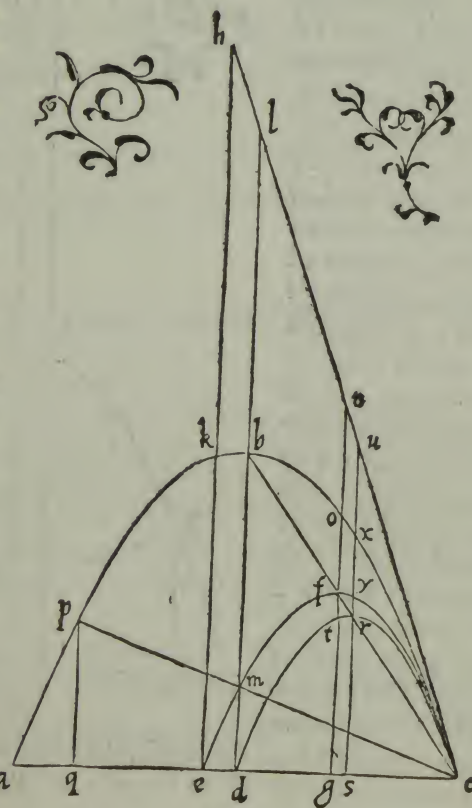
ALITER. Aptentur lineæ ab , cd inter se, ita ut ad partes
 a c angulum faciant; & sint a c in uno atque eodem puncto: deinde
iungantur db , hg , fe . cum igitur sit ut ae ad eb , ita cf , hoc est
 af ad fd ; æquidistabit fe ipsi db : & similiter hg eidem db
æquidistabit: quoniam ab ad hd est, ut ag ad gb . ergo fe , hg
inter se se æquidistant: & idcirco ut ae ad eg , ita af ; hoc est cf ad
 fb . quod demonstrare oportebat.

LEMMA V.

Sint rursus duæ portiones similes, contentæ rectis li-
neis, & rectangulorum conorum sectionibus, ut in supe-
riori figura abc , cuius diameter bd : & efc , cuius
diameter fg : ducaturq; à puncto e linea eh , diame-
tris bd , fg æquidistans, quæ sectionem abc in k se-
cet: & à puncto c ducatur ch contingens sectionem
 abc in c : conueniensq; cum linea eh in h , quæ sectio-
nem quoque efc in eodem c puncto contingeret, ut demon-
strabitur. Dico lineam ductam ab ipsa ch usque ad se-
ctionem efc , ita ut lineæ eh æquidistet, in eandem pro-
portionem diuidi à sectione abc ; in quam linea ca à
sectio

sectione efc diuiditur: pars uero lineæ ca , quæ est inter duas sectiones proportionem respondebit parti lineæ ductæ, quæ itidem inter easdem sectiones interiicitur; hoc est ut in proposita figura, si producatur db usque ad ch in l , ut sectioni efc in puncto m occurrat; lineam l b ad b m eadem proportionem habere, quàm ce ad ea .

Producitur enim qf ad eandem lineam ch in n , secas abc sectionem in o : & iuncta bc , qua transibit per f , ut ostensum est, erunt triangu-
gula cgf , cdb similia: itémq; similia inter se, cfn , $cb l$.
quare ut gf ad db , ita erit cf ad cb :
& ut cf ad cb , ita fn ad bl . ergo gf ad db , ut fn ad bl :
& permutando gf ad fn , ut db ad bl .
est autem db equalis ipsi bl ex trigesima quinta primi libri conicorum. ergo
& gf ipsi pi equalis erit: & ex trigesima tertia eiusdem lineæ ch sectionem efc in eodem pun-



4. sexti:

11. quinti

14. quinti

I 2

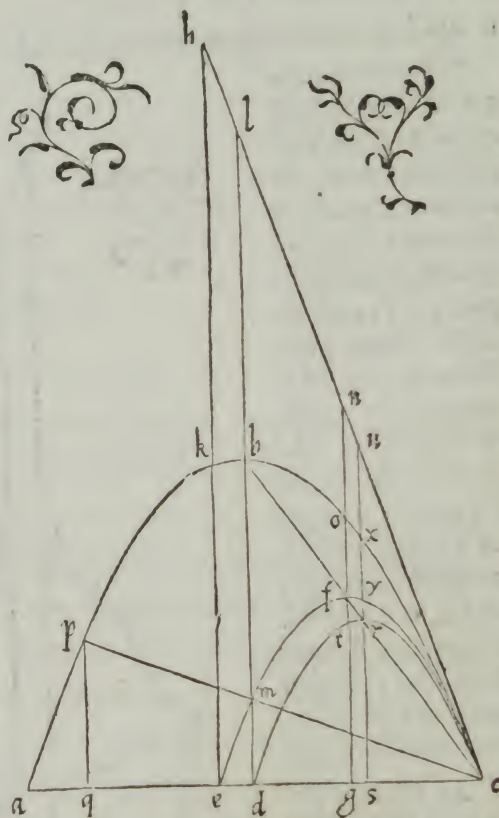
ARCHIMEDIS

Et o continget. Itaque iuncta cm producat ad sectionem abc in p .
 & à p ad a ducatur pq , quæ ipsi bd æquidistet. quoniam igitur
 linea ch contingit sectionem efc in c puncto; habebit lm
 ad md proportionem eandem, quam cd ad d , ex quinta propo-
 sitione Archimedis in libro de quadratura parabolæ. & propter tri-
 gulum cm , cpq

similitudinem, ut cm
 ad cd , ita erit cp ad
 cq : permutandôq;
 ut cm ad cp , ita cd
 ad cq . ut autem cm
 ad cp , sic c ad ca :
 quod proxime demô-
 strauimus. quare ut
 c ad ca , sic cd ad
 cq : hoc est ut totum
 ad totum, sic pars ad
 partem, reliquum igitur
 tur d ad reliquum
 qa est ut c ad ca ;
 uidelicet ut c ad
 cq : & permutando
 cd ad de , ut cq ad
 qa . estq; lm ad m
 d , ut cd ad d . ergo
 lm ad md , ut cq ad
 qa . sed lb ad bd
 ex quinta Archime-
 dis, quam diximus;
 est ut cd ad d . con-

a. sexti.

fluit igitur ex antecede-
 denti lemmate cd ad d q ita esse, ut lb ad bm . ut autem cd ad d q,
 ita cm ad mp . ergo lb ad bm , ut cm ad mp . Quod cum demon-
 stratum fuerit, cm ad mp , ut c ad ca : habebit lb ad bm eandem
 propor



proportionem, quam ce ad $e a$. similiter demonstrabitur eandem habere no ad of : & reliquas eiusmodi. at vero $b K$ ad Ke eam habere proportionem, quam habet ce ad $e a$, ex eadem quinta Archimedis perspicue apparet. atque illud est, quod demonstrandum proposuimus.

L E M M A V I.

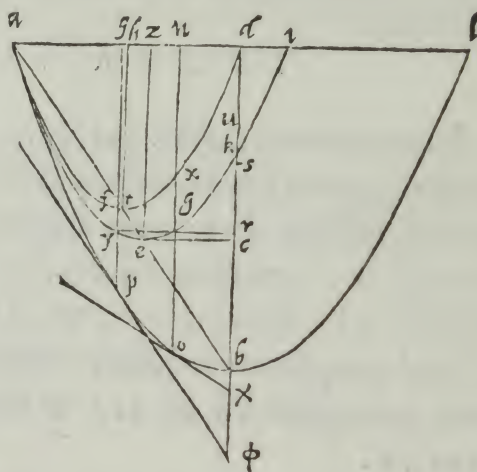
Itaque maneant eadem, quæ supra: & itidem describatur alia portio similis contenta recta linea & rectanguli coni sectione drc ; cuius diameter rs , ut secet lineam fg in t : producaturs sr ad lineam ch in u ; cuius sectio abc occurrat in x , & efc in y . Dico bm ad md proportionem habere compositam ex proportionem, quam habet ea ad ac ; & ex ea, quam cd habet ad de .

SIMILITER enim ut supra, demonstrabimus lineam ch contingere sectionem drc in c puncto: & lm ad md , itemq; nf ad ft ; & uy ad yr ita esse, ut cd ad de . Quoniam igitur lb ad bm est, ut ce ad ea ; erit componendo, conuertendôq; bm ad lm , ut ea ad ac : & ut lm ad md , ita cd ad de . proportio autem bm ad md composita est ex proportionem, quam habet bm ad lm , & ex proportionem, quam lm habet ad md . ergo proportio bm ad md etiam composita erit ex proportionem, quam habet ea ad ac ; & ex ea, quam cd habet ad de . Eadem ratione demonstrabitur of ad ft ; itemq; xy ad yr proportionem habere ex eisdem proportionibus compositam: & ita in alijs. quod demonstrare oportebat.

Ex quibus apparet lineas sic ductas, quæ inter sectiones abc , drc interiiciuntur à sectione efc in eandem proportionem diuidi.

A R C H I M E D I S

N Etenim $c b$ ad $b d$ est ut sex ad quindecim.] Posuimus enim $b K$ duplam esse ipsius $K d$. quare componendo $b d$ ad $k d$ erit, ut tria ad unum; hoc est ut quindecim ad quinque. sed $b d$ ad $K c$ erat ut quindecim ad quatuor. ergo $b d$ ad $d c$, ut quindecim ad nouem: & per conuersionem rationis, conuertendôq; $c b$ ad $b d$, ut sex ad quindecim.



O Et ut $c b$ ad $b d$, ita $c b$ ad $b a$, & $d z$ ad $d a$.] Nam cum triangula $c b e$, $d b a$ sint similia, erit ut $c b$ ad $b e$, ita $d b$ ad $b a$ & permutando, ut $c b$ ad $b d$; ita $e b$ ad $b a$. Rursus ut $b e$ ad $c e$, ita $b d$ ad $d a$: permutandôq; ut $c b$ ad $b d$, ita $c e$, hoc est $d z$ ei æqualis ad $d a$.

P Harum autem $d z$ $d a$ duplæ sunt ipsæ $l i$, $l a$.] Lineam quidem $l a$ duplam esse ipsius $d a$, cum $b d$ sit portionis diameter, manifeste constat. At uero $l i$ ipsius $d z$ dupla hoc pacto demonstrabitur. Quoniam enim $z d$ ad $d a$ est, ut duo ad quinque; erit conuertendo, diuidendôq; $a z$, hoc est $i z$ ad $z d$, ut tria ad duo: & rursus diuidendo $i d$ ad $d z$, ut unum ad duo. erat autem $z d$ ad $d a$, hoc est ad $d l$, ut duo ad quinque. ergo ex æquali, conuertendôq; $l d$ ad $d i$, ut quinque ad unum: & per conuersionem rationis $d l$ ad $l i$, ut quinque ad quatuor. sed $d z$ ad $d l$ erat, ut duo ad quinque. ergo rursus ex æquali $d z$ ad $l i$, ut duo ad quatuor. dupla est igitur $l i$ ipsius $d z$. quod demonstrandum fuerat.

Q Et $a d$ ad $d i$ eam proportionem habet, quā quinque ad

ad unum.] *Hoc nos proxime demonstrauius.*

Demonstratum est enim superius portionem cuius axis R
est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad axem, si ad
humidum in grauitate non minorem proportionem ha-
beat &c.] *Illud uero demonstrauit in quarta propositione huius
libri.*

I I.

Si portio ad humidum in grauitate minorem A
quidem proportionem habeat, quàm quadra-
tum fb ad quadratum bd ; maiorem uero,
quàm quadratum xo ad quadratum bd ; de-
missa in humidum, adeo inclinata, ut basis ip-
sius non contingat humidum, inclinata consi-
stet; ita ut basis superficiem humidi nullo modo
contingat; & axis cum humidi superficie angu-
lum faciat maiorem angulo x .

I I I.

Si portio ad humidum in grauitate, eam ha-
beat proportionem, quam quadratum xo ad
quadratum bd ; demissa in humidum inclinata
adeo, ut basis ipsius non contingat humidum;
consistet, & manebit ita, ut basis in uno pun-
cto humidi superficiem contingat: & axis cum
superficie humidi angulū faciat angulo x æqualē.
Quòd si portio ad humidum in grauitate eam
proportionem habeat, quam quadratum pf ad

ARCHIMEDIS

quadratum bd ; in humidum demissa, & posita inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum; consistet inclinata, ita ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo ϕ æqualem.

IIII.

B Si portio ad humidum in gravitate maiorem quidem proportionem habeat, quàm quadratum fp ad quadratum bd ; minorem uero, quàm quadratum xo ad bd quadratum; in humidum demissa, & inclinata adeo, ut basis ipsius non contingat humidum consistet, & manebit ita, ut basis in humidum magis demergatur.

V.

Si portio ad humidum in gravitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum fp ad quadratum bd : demissa in humidum, & posita inclinata adeo ut basis ipsius non contingat humidum: consistet inclinata, ita ut axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo ϕ : & basis nullo modo superficiem humidi contingat. Hæc autem omnia deinceps demonstrabuntur.

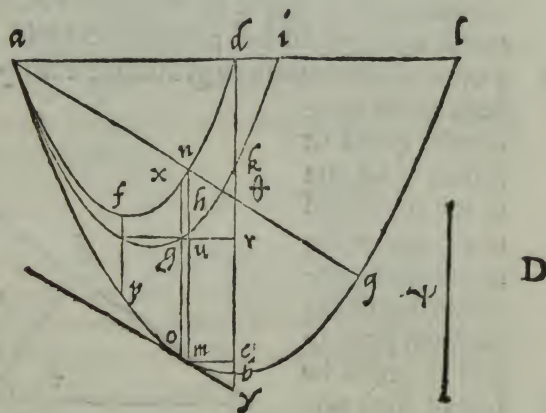
DEMON

DEMONSTRATIO SECUNDAE PARTIS.

ITAQUE primum habeat portio ad humidum in grauitate proportionem quidem maiorem, quàm qua dra-
tum xo ad quadratum bd ; minorem uero, quàm quadra-
tum, quod fit ab excessu, quo axis est maior, quàm sesquial-
ter eius, quæ usque ad axem, ad quadratum bd : & quam
proportionem habet portio ad humidum in grauitate, eā
habeat quadratum, quod fit à linea \downarrow ad quadratum bd :
erit \downarrow maior quidem, quàm xo , minor uero, quàm exces-
sus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque ad
axem. aptetur quædam recta linea mn conicis sectioni-

bus $amql$,
 axd interiecta,
ac media, quæ li-
neæ \downarrow sit æqua-
lis; secetq; reli-
quā coni sectio-
nem in puncto
 h ; & rectam li-
neam rg in u .
demonstrabitur
 mh dupla ip-
sius hn , sicuti
demonstratum
est og ipsius gx
duplam esse. à
puncto autē m

ducatur my contingens sectionem $amql$ in m : & mc ad
 bd perpendicularis. postea ducta an , & producta ad q li-
neæ an , nq inter se æquales erunt. quoniā enim in simi-
libus portionibus $amql$, axd ductæ sunt à basibus ad
portiones lineæ aq , an , quæ æquales angulos continent
cum ipsis basibus, eandem proportionem habebit qa ad
 an , quam la ad ad . æqualis est ergo an ipsi nq ; & aq

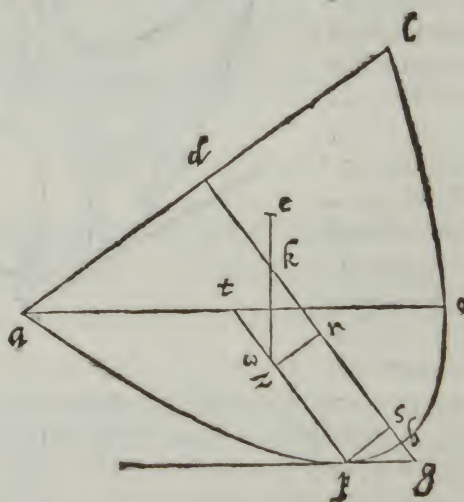


K

ARCHIMEDIS

G ipsi my æquidistans. Demonstrandum est portionem in humidum demissam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius nō contingat humidum, inclinatam consistere ita, ut basis superficiem humidi nullo modo contingat: & axis cum ea faciat angulum angulo χ maiorem. Demittatur enim in humidum, consistatq; ita, ut basis ipsius in uno puncto cōtingat humidi superficiem: & secta ipsa portione per axem, plano ad humidi superficiem recto; superficiem quidē portionis sectio sit ap ol rectanguli coni sectio: superficiem humidi sectio sit ao : axis autem portionis, & sectionis diameter bd : & secetur bd in punctis kr , ut dictum est: ducatur etiam pg æquidistans ipsi ao , quæ sectionem ap ol contingat in p : atque ab eo puncto ducatur pt æquidistans ipsi bd ; & ps ad bd perpendicularis. Itaque quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportionem habet, quam quadratū, quod fit à linea \downarrow ad quadratum bd : quā uero proportio nem habet portio ad humidū, eandem pars ipsius demersa habet ad totā portionē: & quam pars demersa ad totam, eandem habet quadratum tp ad bd quadratum: erit linea \downarrow æqualis ipsi tp . quare & lineæ mn , pt ; itemq; portiones am q ,

K ap o inter se sunt æquales. Quòd cum in portionibus æqua



æqualibus, & similibus, a p o l, a m q l ab extremitati-
 bus basium ductæ sint a o, a q ita, ut portiones ablatae
 faciant cum diametris angulos æquales; & anguli, qui
 ad y g: & lineæ y b, g b, & b c, b s inter se æquales erunt.
 quare & ipsæ r r: & m u, p z: & u n, z t. Quo- **L**
 niam igitur m u minor est, quàm dupla u n; constat p z ip-
 sius z t minorem esse, quàm duplam. Sit p æ dupla ipsius
 u t: & iuncta æ k ad e producatur. ergo totius quidem por-
 tionis centrum gravitatis erit punctum k; partis eius, quæ
 in humido est, centrum æ; eius uero, quæ extra humidum
 in linea k e, quod sit e. Sed linea k z perpendicularis erit
 ad superficiem humidi. quare & lineæ quæ per puncta e,
 æ, æquidistantes ipsi k z ducuntur. non ergo manebit por- **M**
 tio, sed reuoluetur ita, ut basis ipsius superficiem humidi
 nullo modo contingat: quoniã nunc in uno puncto contin-
 gens, sursum fertur ex parte a. perspicuum est igitur por- **N**
 tionem consistere ita, ut axis cum superficie humidi faciat
 angulum maiorem angulo x.

C O M M E N T A R I V S.

Si portio ad humidum in gravitate minorẽ proportio- **A**
 nem habeat; quàm quadratum s b ad quadratum b d; ma-
 iorem uero, quàm quadratum x o ad b d quadratum.] *Hæc*
est secunda pars propositionis, quam alia deinceps, postea ipsarum
demonstrationes eodem ordine sequuntur.

SI portio ad humidum in gravitate maiorem quidem **B**
 proportionẽ habeat, quàm quadratũ f p ad quadratũ d.]
Hæc quartã partẽ nos restituimus, quæ i trãslatione desiderabatur.

Erit. ¶ maior quidem, quàm x o, minor uero, quàm ex- **C**
 cessus, quo axis est maior, quàm sesquialter eius, quæ usque
 ad axem,] *Sequitur illud ex decima quinti libri elementorum.*

Demonstrabitur m h dupla ipsius h n, sicuti demonstra **D**
 tũ est o g ipsius g x duplam esse.] *Vt in prima parte huius, &*
ex ijs, quæ nos proxime in ipsam conscripsimus.

Quoniam enim in similibus portionibus a p o l, a x d, **E**

K 2

ARCHIMEDIS

ductæ sunt à basiſibus ad portiones lineæ a n, a q, quæ angu-
los æquales continent cum iſſis baſiſibus, eandem propor-
tionem habebit q a ad a n, quam l a ad a d.] *Hoc nos ſu-
pra demonſtrauimus.*

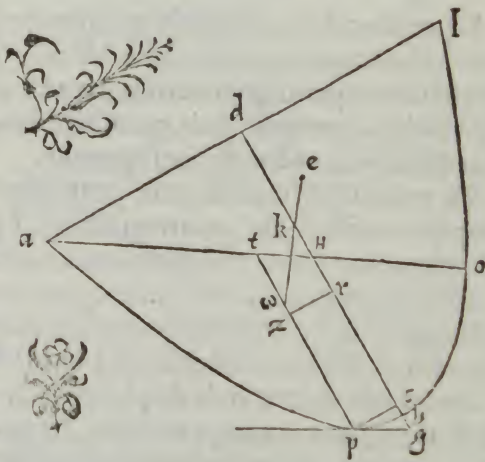
P Aequalis est ergo a n ipsi n q.] Cum enim q a ad a n sit, ut l a ad a d; dividendo, convertendoq; erit a n ad n q, ut a d ad d l. est autem a d equalis ipsi d l, quoniam d b ponitur diameter portionis. ergo & a n ipsi n q est equalis.

G Et a q ipsi m y æquidistans.] *Ex quinta secundi libri con-*
icorum Apollonij.

H Et secetur $b d$ in punctis κr , ut dictum est.] In prima parte huius propositionis. secetur autem in $K ita$, ut $b k$ sit dupla ipsius $k d$; & in r , ut $K r$ sit equalis ei, quæ usque ad axem.

K Quòd cū in portionibus æqualibus, & similibus, a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ductæ sint a o, a q, ita ut portiones ablatae faciant cum diametris angulos æquales: & anguli, qui ad y g: & lineæ y b, g b inter se æquales erūt.] Secet linea a q diametrum d b in θ, & a o secet in π. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p o l, a m q l ab extremitatibus basium ducūtur a o, a q, quæ æquales angulos continent cum ipsis basi-
bus: & anguli ad d utrique sunt recti: erūt & reliqui a π d, a θ d inter se æquales. linea autem p g æquidistat lineæ a o: itēmq; m y ipsi a q: & p s, m c ipsis a d. triāgula igitur p g s, m y c triāgulis a π d a θ d, atque inter se

4. sexti. sunt similia: & ut $a d ad a$, ita $a d ad a$: & permutando. li-
nea



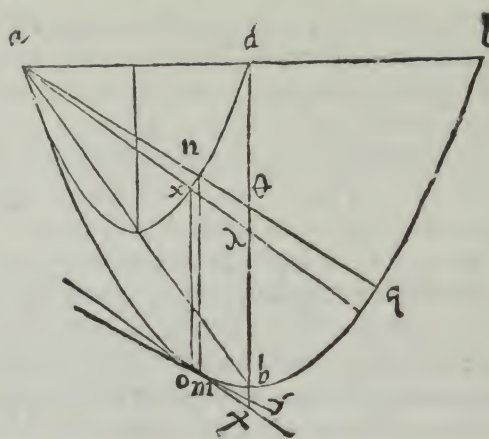
nce autem a d inter se æquales sunt. ergo & ipsæ a r, a t. Sed sunt
æquales a o, a q: & earum dimidia a t a n. ergo & reliquæ t r, n i;
hoc est p g, m y. ut autem p g ad g h, ita m y ad y c; & permutan 34. primi
do, ut p g ad m y, ita g s ad y c. quare g s, y c æquales sunt: &
ipsarum dimidiæ b s, b c: ex quibus sequitur ut & reliquæ s r, c r:
& idcirco p z, m u & u n, z t inter se sunt æquales.

Quoniam igitur m u minor est, quàm dupla u n.] Est L
enim m h ipsius h n dupla, & m u minor ipsa m h. ergo m u minor
est, quàm dupla h n; & multo minor, quàm dupla ipsius u n.

Non ergo manebit portio, sed reuoluetur, ita ut basis ip M
sius humidi superficiem nullo modo contingat. quoniam
nunc in uno puncto contingens sursum fertur ex parte a.]
Translatio sic habet. non ergo manet portio sed inclinabitur, ut ba-
sis ipsius nec secundum unum tangat superficiem humidi, quoniam
nunc secundum unum tacta ipsa reclinatur. Quæ nos ex alijs Ar-
chimedidis locis, & perspicuitatis causa in eum modum corrigenda
duximus. In sexta enim propositione huius ita scribit, ut habetur in
translatione. reuoluetur ergo solidum a p o l, & basis ipsius nō tan-
get superficiem humidi secundum unum signum. Rursus in septima
propositione. manifestum igitur, quod reuoluetur solidum ita ut ba-
sis ipsius nec secundum unum signum contingat superficiem humidi,
quoniam nunc secundum unum tangens deorsum fertur ex parte l.
At uero portionem sursum ferri ex parte a manifeste constat. nam
cum perpendicularis ad superficiem humidi, quæ transit per ω ad
partes a cadat, & quæ per e ad partes l, necesse est ut centrum ω
sursum, e uero deorsum feratur.

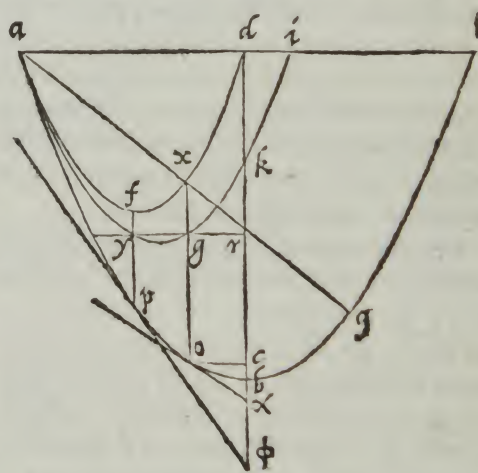
Perspicuum est igitur portionem consistere ita, ut axis N
cum superficie humidi faciat angulum maiorem angu-
lo x.] Iuncta enim a x producat, ut diametrum b d se-
cet in λ, & ab o puncto ipsi æquidistans ducatur o x. con-
tinget ea sectionem in o, ut in prima figura: atque erit angu- 29. primi
lus ad x angulo ad λ æqualis. Sed angulus ad y æqualis est
angulo ad θ: & angulus a t d maior angulo a λ d; quod ex 16. primi
tra. x cadat. ergo angulus ad y eo, qui ad x maior erit.

Quoniam igitur portio convertitur, ita ut basis humidum non contingat, axis cum superficie eius faciet angulum maiorem angulo g ; hoc est angulo y : & propterea multo maiorem angulo x .



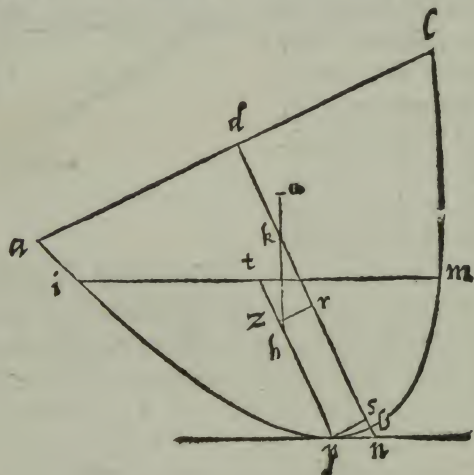
DEMONSTRATIO TERTIAE PARTIS.

H A B E A T deinde portio ad humidum eam in graui-
tate proportionem, quam quadratū $x o$ habet ad quadra-
tum $b d$: & in humidum demittatur adeo inclinata, ut ba-
sis ipsius non con-
tingat humidum.
Secta aut ipsa per
axem plano ad hu-
midi superficiem
recto, solidi sectio
sit rectanguli co-
ni sectio $a p m l$: su-
perficie*i* humid*i*
sectio sit $i m$: axis
portionis, & se-
ctionis diameter
 $b d$: seceturq; $b d$
sicuti prius. & du-
catur $p n$ quidem



ipfi

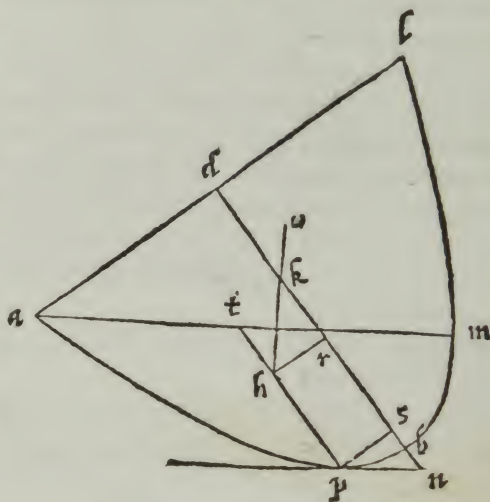
ipſi i m æquidiſtās, & contingens ſectionem in p; p t uero æquidiſtans b d, & p s ad ipſam b d perpendicularis. Demōſtrandū eſt, portionē non cōſiſtere ita, ſed inclinari, donec baſis in uno puncto ſuperficiem humidi cōtingat. Maneāt enim eadem, quæ in ſuperiori figura: ducaturq; o c ad b d perpendicularis: & iuncta a x ad q producat. erit a x æqualis ipſi x q. deīde ducatur o x ipſi a q æquidiſtās. Quoniā igitur portio ad humidū eā in grauitate proportionē habere ponitur, quam quadratum x o ad quadratum b d: & eandem proportionem habet pars ipſius demerſa ad totam; hoc eſt quadratum t p ad quadratum b d: æqualis utique erit t p ipſi x o: cumq; portionum i p m, a o q diametri ſint æquales, & portiones ipſæ æquales erunt. Rurſus quoniam in portionibus æqualibus, & ſimilibus a o q l, a p m l, ductæ ſunt lineæ a q, i m, quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extremitate baſis, hæc autem non ab extremitate: cōſtat eam, quæ ab extremitate baſis ducta eſt, minorem facere angulum acutū cum diametro totius portionis. & quoniam angulus, qui ad x minor eſt angulo, qui ad n; maior erit b c, quàm b s: c r autem, quàm ſ r minor. quare & o g minor, quàm p z: & g x maior, quàm z t. ergo p z maior eſt, quàm dupla z t;



ARCHIMEDIS

quia o g ipsius g x est dupla. Sit p h dupla h t: & iun-
ctah k ad ω producatur. erit totius quidem portionis cen-
trum grauitatis k; partis eius, quæ intra humidum h; eius
uero, quæ extra humidum in linea k ω , quod sit ω . Itaque
demonstrabitur

similiter & k z ad
humidi superfi-
ciem perpêdicu-
laris, & quæ per
puncta h w æqui-
distantes ipsi k z
ducuntur. quare
nō manebit por-
tio, sed inclinabi-
tur, donec basis
ipsius in uno pū-
cto contingat su-
perficiem humi-
di: atque ita con-
sistet. nam in por-
tionibus æquali-



bus a o q l, a p m l, ductæ erunt ab extremitatibus basium
a q, a m, quæ æquales portiones abscindunt: etenim a o q

E ipsi a p m, ut in superioribus æqualis demonstrabitur. ergo æquales faciunt acutos angulos a q, a m cum diametris b a sum: quòd anguli ad χ & n æquales sint. quare si ducta h k ad a producatur, erit totius portionis gravitatis centrum k; partis eius, quæ in humido h; at eius, quæ extra humidum in linea h κ ; quod sit a: & h k ad humidi superficiem perpendicularis. per easdem igitur rectas lineas, quod quidem in humido est, sursum, & quod extra humidum deorsum feretur. quare manebit portio, cuius basis humidi superficiem in uno puncto continget: & axis cum

F ipsa angulum faciet æqualem angulo χ . Similiter demon-
strabitur

strabitur portionem, quæ ad humidum in gravitate eandē proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratū b d in humidum demissam, ita ut basis ipsius nō cōtingat humidum, inclinatum consistere adeo, ut basis in uno puncto humidi superficiem contingat. & axis cum ipsa faciat angulum angulo ϕ æqualem.

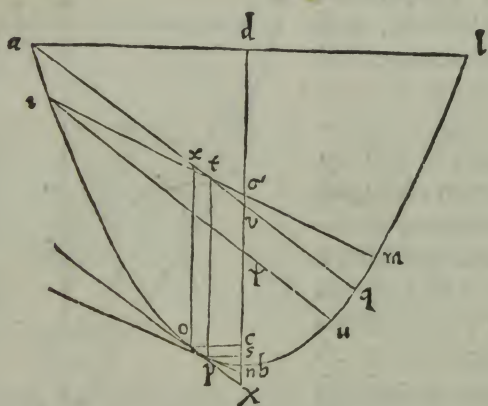
COMMENTARIUS.

Hoc est quadratum tp ad quadratum bd.] *Ex vigesima sexta libri Archimedis de conoidibus, & sphaeroidibus. ergo ex nona quinti erit quadratum tp æquale quadrato xo: & propterea linea tp lineæ xo æqualis.* A

Et portiones ipsæ æquales erunt.] *Ex vigesima quinta eiusdem libri.* B

Rursus quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a o q l, a p m l.] C

In portione enim a p m l describatur portio a o q æqualis portioni i p m, cadet punctum q infra m, alioqui totum parti esset æquale. Ducatur deinde i u æquidistans a q, L



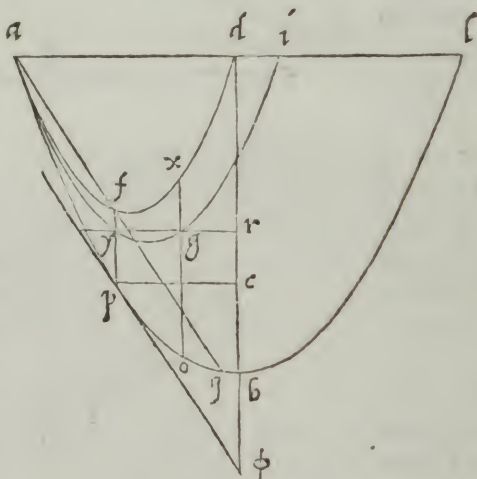
A R C H I M E D I S

que diametrum secet in \downarrow ; secet autem in eandem in \circ : & a q in
v. Dico angulum a v d angulo i o d minorem esse. angulus enim i d
29. primi æqualis est angulo a v d. sed angulus interior i d d minor est exte-
16. primi riore i o d. ergo & a v d ipso i o d minor erit.

16. primi
D Et quoniam angulus, qui ad χ minor est angulo, qui ad n .] Ducantur per o due lineæ, $o c$ quidem ad diametrum $b d$ perpendicularis: & $o \chi$ in puncto o sectionem contingens, quæ diametrum secet in χ . æquidistabit $o \chi$ ipsi $a q$: atque erit angulus ad χ æqualis ei, qui ad v . ergo angulus ad χ angulo ad σ , uidelicet eo, qui ad n minor erit: & propterea χ infra n cadet. lineæ igitur χb maior est, quam $n b$. Sed cum $b c$ sit æqualis χb , & $b s$ ipsi $n b$: erit $b c$ ipsa $b s$ maior.

Ergo æquales faciunt angulos $a q$, $a m$ cum diametris portionum.] Hoc demonstrabimus ut in commentarijs in secundam partem.

F Similiter demonstrabitur, portionem, quæ ad humidum in gravitate eandem proportionem habeat, quàm quadratum p f ad quadratū b d; in humidum demissam, ita ut basis ipfius non cōtingat humidum, inclinatum consistere adeo, ut basis in uno pūcto humidæ superficiem cōtingat: & axis cū ipsa faciat angulū angulo ϕ æqualē]

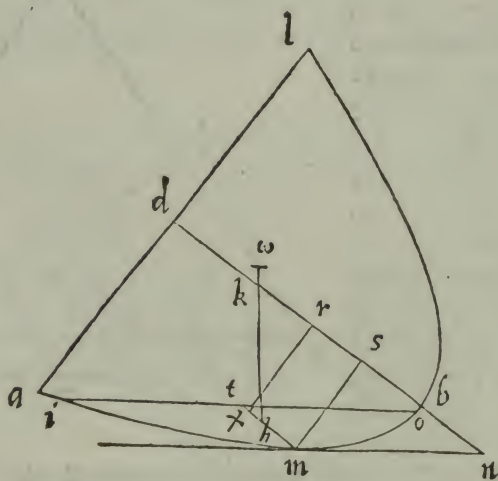


Habeat portio ad humidum in gravitate proportionem eam, quam
 p f quadratum ad quadratum b d: & demissa in humidum adeo in-
 clinata.

clinata, ut basis humidum non contingat, secetur plano per axem, recto ad superficiem humidi, ut sectio sit a m o l rectanguli coni sectio: superficiem humidi sectio sit i o: axis portionis, & sectionis diameter b d; quæ in easdem, quas diximus, partes secetur: ducaturq; m n quidem ipsi i o æquidistans, ut in puncto m sectionem cõtingat: m t vero æquidistans ipsi b d: & m s ad eandem perpendicularis. Demonstrandum est non manere portionem, sed inclinari ita, ut in uno puncto contingat superficiem humidi. ducatur enim p c ad ipsam b d perpendicularis: & iuncta a f usque ad sectionem producatur in q: & per p ducatur p q ipsi a q æquidistans. erunt iam ex ijs, quæ demonstravimus a f, f q inter se se æquales. & cum portio ad humi-

portio ad humi-
dum eam in gra-
uitate proportio-
nem habeat, quā
quadrātū p f ad
b d quadratum:
atque eandem ha-
beat portio ipsi-
us demersa ad to-
tam portionem;
hoc est quadrātū
m t ad quadrātū
b d: erit quadra-
tum m t quadra-
to p f æquale: &
idcirco linea m t
æqualis lineæ p

f. Itaque quoniam in portionibus æqualibus, & similibus a p q l, a m o l ductæ sunt lineæ a q, i o, quæ æquales portiones abscindunt; illa quidem ab extremitate basis; hæc uero non ab extremitate: sequitur ut a q, quæ ab extremitate ducitur, minorem acutum angulū contineat cum diametro portionis, quàm ipsa i o. Sed linea p φ lineæ a q æquidistat, & m n ipsi i o. angulus igitur ad φ angulo ad n



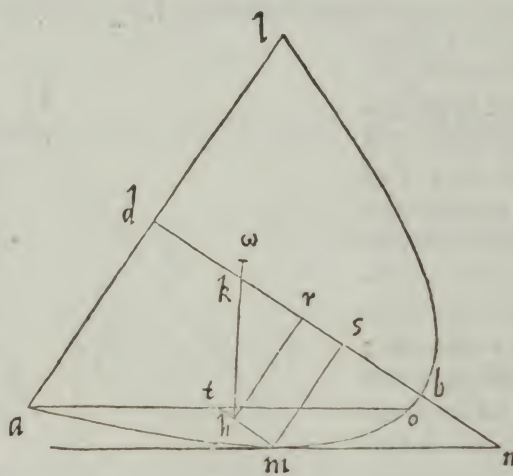
9. quinti.

L 2

A R C H I M E D I S

minor erit: linea vero bc maior, quàm bs : & sr ; hoc est $m\chi$ maior, quàm cr , hoc est, quàm py : & propterea χi minor, quàm γf . quòd cum py sit dupla $y f$, erit $m\chi$ maior, quàm dupla $y f$; & multo maior, quàm dupla χt . fiat mh dupla ipsius $h t$: & copulata $h k$ producat. Iam gravitatis centrum totius portionis erit punctum k : eius, quæ in humido est, h : at reliquæ partis, quæ extra humidum in linea $h k$ producta; quod sit ω . eodem modo demonstrabitur, & lineam kh , & quæ per $h \omega$ puncta ipsi kh æquidistantes ducuntur, ad humidæ superficiem perpendiculares esse. non igitur manebit

portio, sed cum
usque eò inclina-
ta fuerit, ut in
mo puncto con-
tingat superfi-
ciè humidì, tunc
consistet. an-
gulus enim ad
angulo ad ϕ æ-
qualis erit; li-
neæq; b s lineæ
b c; & s r ipsi
e r. quare & m b
ipsi p y est æqua-
lis. Itaque ducta
h k producat.



erit totius portionis gravitatis centrum K; eius, quæ in humido est h; & reliquæ partis centrum in linea producta; sit autem ω . per eandem igitur rectam lineam kh, quæ est ad humidi superficiem perpendicularis, id quod in humido est sursum; & quod extra humidum deorsum feretur. atque ob hanc causam portio non amplius movebitur; sed consistet, manebitq; ita, ut eius basis superficiem humidi in uno puncto contingat; & axis, cum ipsa angulum faciat æqualem angulo q. atque illud est, quod demonstrare oportebat.

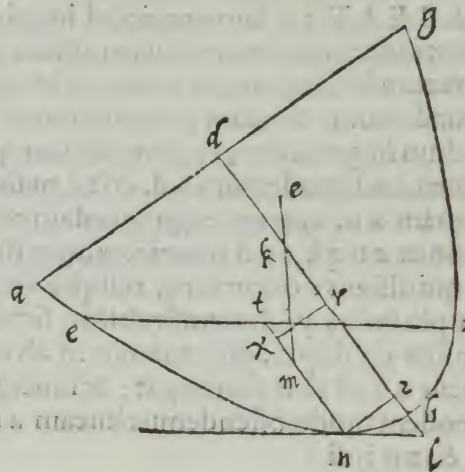
DEMON

DEMONSTRATIO QVARTAE PARTIS.

A geometric diagram featuring a large triangle with vertices labeled 'a' (top left), 'd' (top right), and 'o' (bottom center). Inside the triangle, several lines intersect. A horizontal line segment is labeled 'f' on the left and 'r' on the right. A vertical line segment is labeled 'y' on the left and 'g' on the right. Other points labeled include 'x' near the top center, 'u' near the bottom left, 'c' and 'b' near the bottom right, and 'g' near the bottom right. A vertical line with a cross symbol is shown on the far right. The diagram is likely illustrating a geometric proof or construction related to the text above it.

L 3

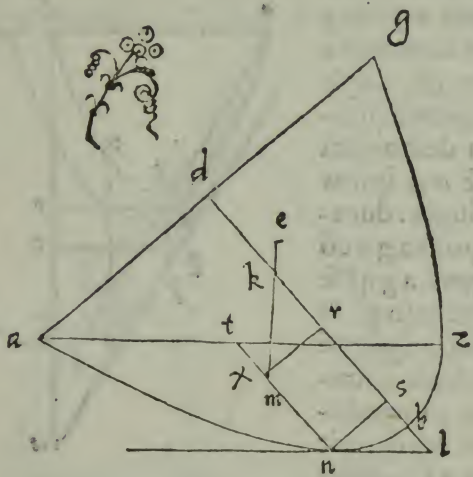
superficiem recto, sit portionis sectio $an z g$; superficiei
humidi ez : a-
xis portionis,
& sectionis dia-
meter $b d$: sece-
turq; $b d$ in pū-
ctis $K r$, sicuti
prius; & duca-
tur $n l$ quidem
ipfi ez æquidi-
stans; quæ con-
tingat sectionē
 $an z g$ in n ; &
 $n t$ æquidistans
ipfi $b d$; $n s$ ue-
ro ad $b d$ perpē-
dicularis. Itaq;



quoniam portio ad humidum in gravitate eam proportio-
nem habet, quam quadratum, quod fit à linea \downarrow ad quadra-
tum $b d$: erit \downarrow ipfi $n t$ æqualis: quod similiter demonstabi-
tur, ut superius. quare & $n t$ est æqualis ipfi $u i$. portiones
igitur $au q$, $en z$ inter se sunt æquales. Et cum in æquali-
bus, & similibus portionibus $au q l$, $an z g$ ductæ sint a q
 ez , quæ æquales portiones auferunt; illa quidem ab extre-
mitate basis; hæc autem non ab extremitate: minorem fa-
ciet acutum angulum cum portionis diametro, quæ ab ex-
tremitate basis ducitur. At triangulorum $n l s$, $u o c$ angu-
lus ad l angulo ad o maior est. ergo $b s$ minor erit, quam
 $b c$: & sr maior, quam cr : ideoq; $n x$ maior, quam $u h$; &
 $x t$ minor, quam $h i$. Quoniam igitur $u y$ dupla est ipsius
 $y i$; constat $n x$ maiorem esse, quam duplā $x t$. Sit $n m$ dupla
ipsius $m t$. perspicuū est ex iis, quæ dicta sunt, non manere
portionē; sed inclinari, donec eius basis contingat superfi-
ciem humidi: contingat autem in puncto uno, ut patet in fi-
gura

gura: & alia eadem disponantur demonstrabimus rursus
nt æqualem esse ipsi ui : & portiones auq , anz inter
se se æquales.

Itaque quoniā
ī portionibus
æqualibus, & si
milibus $auql$,
 $anzg$ ductæ
sūt aq , az , por
tiones æqua
les auferentes;
cum diametris
portionum æ
quales angu
los cōtinebūt.
ergo triangulo
rum nls , uoc
anguli, qui cō
sistūt ad l pū
ctā, æquales sunt: & bs recta linea æqualis ipsi bc : si ipsi cr ,
 n x ipsi uh : & x t ipsi hi . quod cum uy dupla sit ipsius yi ,
erit n x maior, quā duplex x t. Sit igitur nm ipsius mt du
pla. Rursus ex his manifestum est, non manere ipsam por
tionem; sed inclinari ex parte a : ponebatur autem portio
humidi superficiem in uno puncto contingere. ergo ne
cesse est, ut eius basis in humidum magis demergatur.

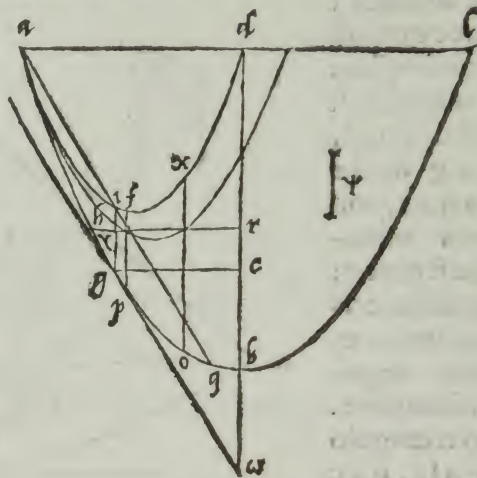


DEMONSTRATIO QVINTAE PARTIS.

HABEAT denique portio ad humidum in grauitate
minorem proportionem, quā quadratum fp ad quadra
tum bd : & quam proportionem habet portio ad humidū
in grauitate, eandem quadratum, quod fit à linea \downarrow habeat
ad quadratum bd . erit \downarrow minor ipsa pf . Rursus aptetur

ARCHIMEDIS

quædam recta linea gi , sectionibus $agql$, axd interiecta, & ipsi bd æquidistans; quæ mediam coni sectionem in puncto h , & rectam lineam ry in y fecit. demonstra bitur gh dupla hi , quemadmodum demonstra ta est og ipsius gx dupla. ducatur postea $g\omega$ cõtingens $agql$ sectionem in g : & gc ad bd perpẽdicularis: iunctaq; ai produ catur ad q . erit ergo ai æqualis iq : & aq ipsi $g\omega$



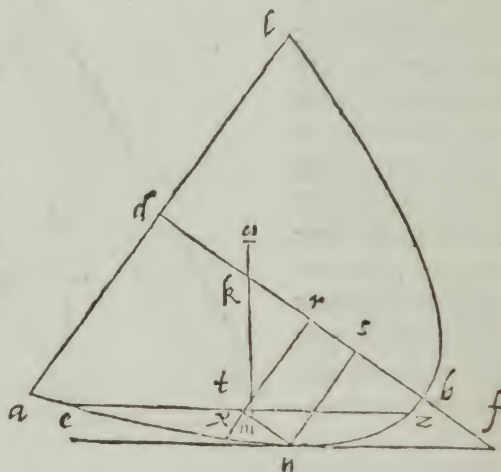
æquidistans. Demonstrandū est portionē in humidū demis-
sam, inclinatamq; adeo, ut basis ipsius non cōtingat humi-
dū, consistere inclinatā ita, ut axis cum superficie humidi
angulum faciat minorem angulo ϕ : & basis humidi super-
ficiem nullo modo contingat. Demittatur enim in humi-
dum; & consistat ita, ut basis ipsius in uno puncto contin-
gat superficiem humidi. secta autem portione per axem,
plano ad humidi superficiem recto, sit portiois sectio a n
z l rectanguli conī sectio: superficiei humidi a z: axis autē
portiois, & sectionis diameter b d: seceturq; b d in pun-
ctis K r, ut superius dictum est: & ducatur n f quidem ipsi
a z æquidistans, & contingens conī sectionem in pūcto n;
n t uero æquidistans ipsi b d: & n s ad eandem perpendi-
cularis. Quoniam igitur portio ad humidum in gravitate,
eam habet proportionem, quam quadratum, quod sit à d
ad

[illegible]

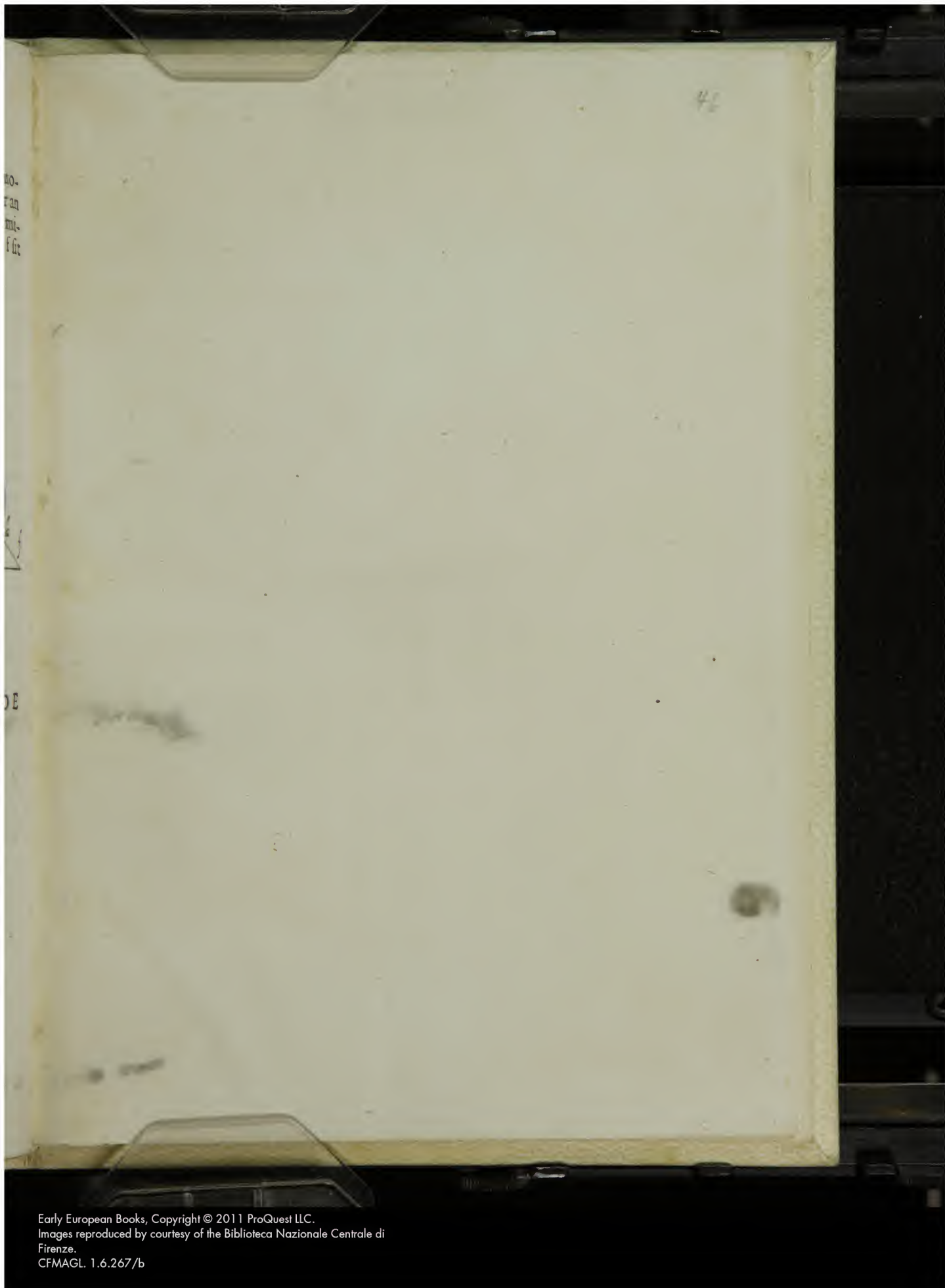
Early European Books, Copyright © 2011 ProQuest LLC.
Images reproduced by courtesy of the Biblioteca Nazionale Centrale di
Firenze.
CFMAGL. 1.6.267/b

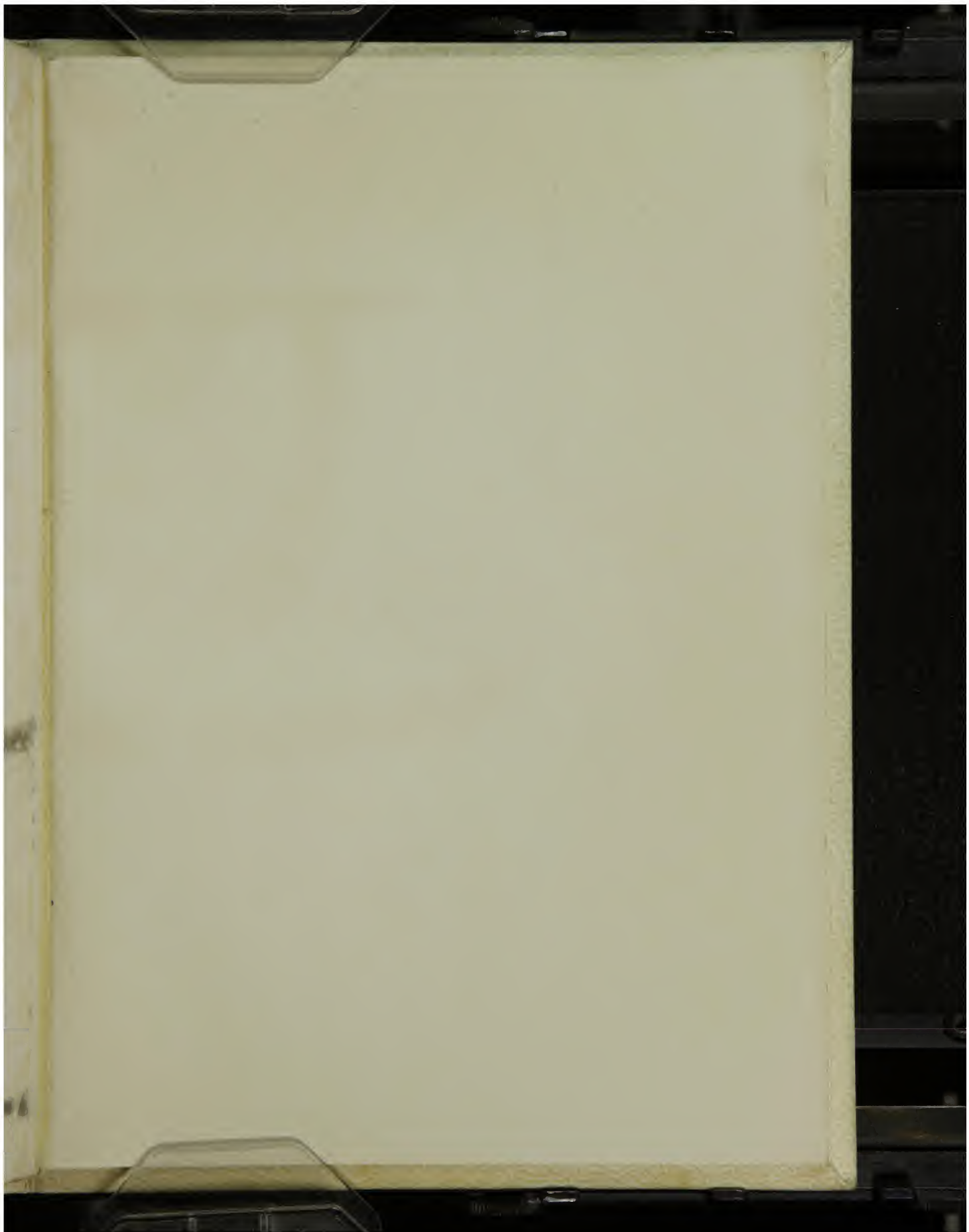
ARCHIMEDIS

bimus $n t$ æqualem esse \downarrow , & propterea ipsi $g i$. & quoniam triangulorum $p \phi c$, $n f s$ angulus f non est minor angulo ϕ , non erit $b f$ maior, quam $b c$. ergo neque $s r$ minor, quàm $c r$: neque $n \chi$ minor, quàm $p y$. Sed cum $p f$ sit maior, quàm $n t$: sitq; $p f$ sesquialtera $p y$: erit $n t$ minor, quàm sesquialtera $n \chi$: & idcirco $n \chi$ maior, quàm dupla χt . sit autē $n m$ dupla $m t$: & iuncta $m k$ producatur. constat igitur ex iam dictis non manere portionem; sed reuolui ita, ut axis cum superficie humidi faciat angulum angulo ϕ minorem.



FINIS LIBRORVM ARCHIMEDIS DE
IIS, QVAE IN AQVA VEHVNTVR.







2c

005643857
005643858

